

УДК 621.01

DOI: 10.15276/pidtt.1.60.2019.04

Погребняк Р. П., Погребняк М. Р.

*Національна металургійна академія України, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»,*

## **КІНЕМАТИЧНИЙ СИНТЕЗ КРИВОШИПНО-ПОВЗУНКОВОГО МЕХАНІЗМУ ЗА ЕНЕРГЕТИЧНИМ ІНДЕКСОМ ПЕРЕДАЧІ РУХУ**

**Анотація.** Виконаний кінематичний синтез схем кривошипно-повзункового механізму за критерієм енергетичного індексу передачі руху (сталості потужності привода) з обмеженнями припустимими кутами тиску у кінематичних парах. Для забезпечення постійного моменту на кривошипі бажано, щоб потужність привода була сталою, а енергетичні витрати мінімальними. За критерій оптимізації вибраний введений енергетичний трансмісійний індекс передачі руху - відношення швидкостей ведучої ланки механізму до швидкості точки веденої ланки. Найменші енергетичні витрати мають місце коли індекс близький до одиниці. Визначені конкретні значення відносних параметрів довжин ланок і діапазони повороту кривошипа центрального і дезаксимального кривошипно-повзункового механізму, що найкраще відповідають критерію оптимізації і задовольняють обмеженням за кутами тиску. Введений новий критерій передавання руху - енергетичний трансмісійний індекс і проведений за цим критерієм кінематичний синтез кривошипно-повзункового механізму.

**Ключові слова:** передавання руху, енергетичний трансмісійний індекс; швидкісна функція, кут тиску

**Вступ.** Виконавчі механізми багатьох машин побудовані на популярній схемі кривошипно-повзункового механізму (рис.1). Цей простий механізм може функціонувати з ведучим чи веденим кривошипом 3, або ведучим чи веденим повзуном 1, відомі механізми де ведуча ланка – шатун 2. Часто в системах гідроприводу використовують поворотні кривошипно-повзункові механізми з ведучим повзуном [1]. У деяких виконавчих механізмах необхідно відтворити постійне відношення швидкості ведучого поршня до швидкості точки кривошипа у межах заданого кута повороту. При цьому важливо забезпечити, щоб швидкість вихідної ланки була сталою та мінімально можливою для уникнення динамічних перенавантажень. З цієї ж причини кутові швидкості та кутові

---

© Погребняк Р. П., Погребняк М. Р., 2019

пришвидження вихідної ланки механізму також повинні бути мінімальні.

**Аналіз виконаних досліджень та постановка задачі.** Для механізмів, побудованих на основі стрижньових схем, доцільно оптимальне проектування з використанням критеріїв передавання руху[2] або індексів передачі[3-7]. Існує декілька критеріїв якості передачі руху і в останній час показників пропонується більше: на основі геометричної кінематики, відносних величин реакцій у кінематичних парах, потужностей, кутів тиску та передавання, погрішностей, чутливості до зміни розмірів ланок механізму, коефіцієнта корисної дії, існування збірок механізму, швидкостей, пришвидшень та ривка окремих і вихідних ланок механізму. Між більшістю критеріїв існує безумовний зв'язок. Великі кути передачі (малі кути тиску) практично гарантують невисокі швидкості та пришвидження і відсутність ривків, нечутливість механізму до відхилення розмірів ланок від номінальних, інших погрішностей. Щодо енергетичних та силових критеріїв якості руху, то між ними також існує певний зв'язок

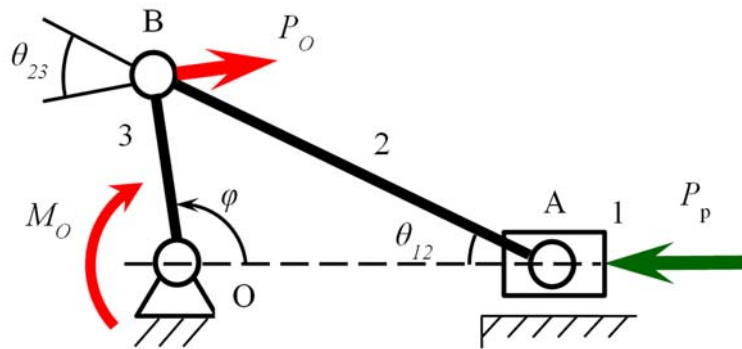


Рисунок 1 - Кінематична схема центрального кривошипно-повзункового механізму

Отримання механізму, параметри якого задовільняють усім критеріям передавання руху, неможливо. Тому конструктор при проектуванні у першу чергу задовольняє вимоги необхідних (більш вагомих) критеріїв і, по можливості, задовольняє вимоги інших.

У виконавчих механізмах бажано, щоб потужність приводу була сталою, а енергетичні витрати мінімальними. Зневажаючи силами інерції рухомих мас механізму за умови рівності потужностей рухомих сил  $P_p$  і моменту сил опору  $M_o$ , маємо

$$P_p V_{вх} + M_o \omega_{вих} = 0,$$

тобто при  $M_o = \text{const}$  зусилля  $P_p$  на вході механізму повинно змінюватися за законом зміни  $\frac{V_{вих}}{V_{вх}}$ :

$$P_p = -\frac{M_o}{r} \frac{V_{вих}}{V_{вх}} = -\frac{M_o}{r} U_V$$

а енергетичні витрати тим менші, чим менше це відношення відрізняється від одиниці  $U_V \sim 1$  [1]. Тобто бажано, щоби швидкісна передавальна функція механізму була не тільки постійною, але ще й близькою до одиниці, і тому доцільно введення енергетичного критерія якості передавання руху. Відхилення  $U_V$  від одиниці назвемо *енергетичним трансмісійним індексом передачі руху*. Як відомо, критерії передавання руху повинні бути суто геометричними [3], швидкісна передавальна функція від швидкостей не залежить, а залежить від розташування та відносних розмірів ланок механізму. Кінематичний синтез кулісного механізму за критерієм швидкісної функції виконаний у роботі [8].

Основна мета роботи – виконати кінематичний синтез схем кривошипно-повзункового механізму за критерієм сталості потужності його привода. Досягнення поставленої мети здійснюється засобами теорії механізмів і машин за допомогою аналітичного методу трикутників Озолса кінематики плоских механізмів та математичним моделюванням руху ланок механізму засобами MathCad.

**Основний матеріал та результати досліджень.** Аналітичні дослідження кінематики найпростіших механізмів, до яких відноситься кривошипно-повзунковий механізм, добре алгоритмізовані [9, 10] і мають високу точність результатів. В складі такого механізму є тільки одна двоповідкова структурна група і механізм має станину, а в основі діадних механізмів лежить змінна форма діади, яка є змінним трикутником. Тому аналітичні кінематичні залежності отримані на основі метода трикутників нескладні. Аналітична кінематика кривошипно-повзункового механізму добре описана у класичних підручниках з теорії механізмів, однак для визначення параметрів руху залежності містять крім незалежного кута нахилу кривошипа  $\varphi$  ще й кут між напрямом кривошипу і шатуна. Методом трикутників [9] отримана формула визначення швидкості в функції тільки параметра  $\varphi$  ( $r=l_{OB}$ ,  $l=l_{AB}$ ):

$$V_A = -V_B \sin \varphi - \frac{V_B r \cdot \cos \varphi}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \varphi}} \sin \varphi \quad (1)$$

Швидкість точки В кривошипу  $V_B = -r \cdot \omega$ , тоді швидкісна функція  $U_{AB}$  прийме вигляд:

$$U_{AB}(\varphi) = \frac{V_A}{V_B} = \left(1 + \frac{r \cdot \cos \varphi}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \varphi}}\right) \sin \varphi \quad (2)$$

Введемо відносний параметр розмірів ланок -  $\sigma=r/l$ , тоді залежність (2) прийме форму зручну для синтезу й моделювання:

$$U_{AB}(\varphi, \sigma) = \left(1 + \frac{\sigma \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - \sigma^2 \sin^2 \varphi}}\right) \sin \varphi \quad (3)$$

Як видно швидкісна функція залежна від двох параметрів, графік якої для її раціональних і не від'ємних значень представлений на рис. 2, а.

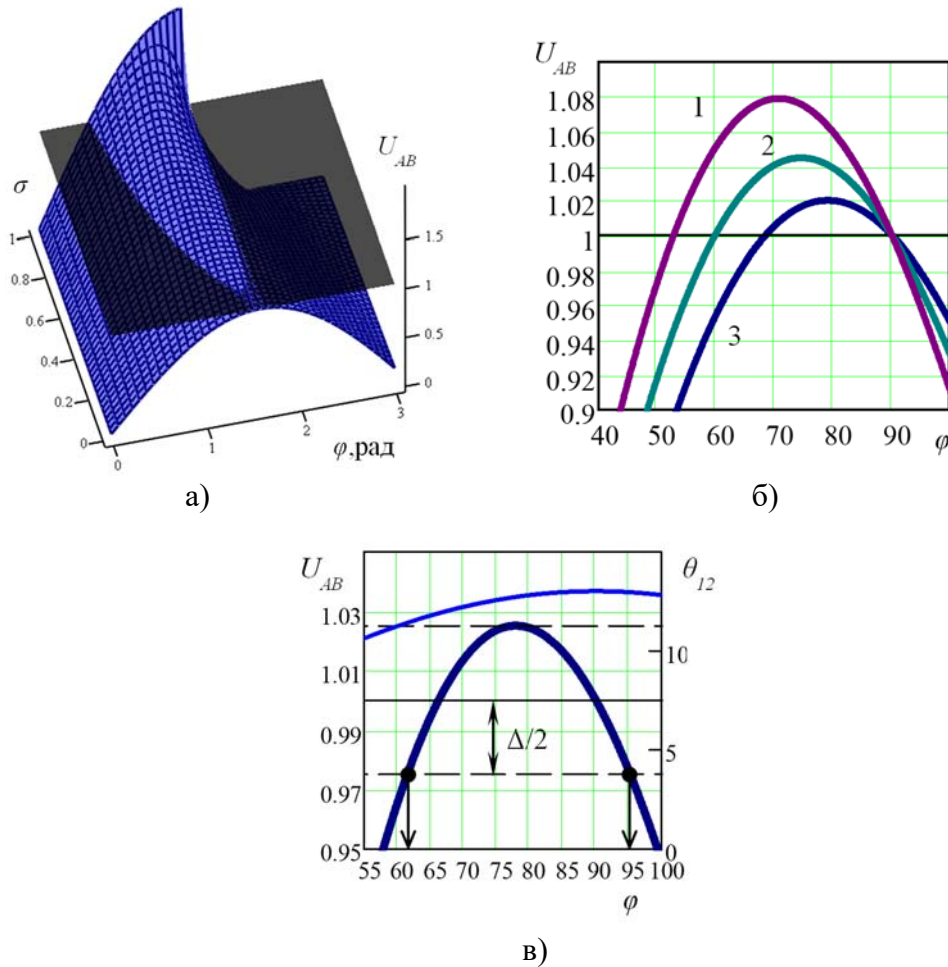


Рисунок 2 - Перетин об'ємної фігури залежності швидкісної функції центрального кривошипно-повзункового механізму площиною критерію оптимізації (а), графіки швидкісної функції у робочому діапазоні  $\varphi$  експлуатації поблизу критерію оптимізації (1 -  $\sigma=0,4$ , 2 -  $\sigma=0,3$ , 3 -  $\sigma=0,2$ ) (б), графік швидкісної функції та кут тиску у поступальній парі механізму з параметром  $\sigma = 0,225$  (в)

На рисунку просторова поверхня залежності (3) перетнута площиною  $U_{AB} = 1$ , де лінія перетину задовольняє умові оптимізації. Як видно функція перетину не має локальних екстремумів і має лише два рішення для кожного окремого значення  $\sigma$ . Одне значення  $U_{AB} = 1$  є загальним для всіх  $\sigma$  при  $\varphi = 90^\circ$  (фокальна точка), що відповідає стану миттєвого поступального руху шатуна, де швидкості всіх його точок рівні за напрямком і величиною. Для розповсюджених значень  $\sigma$  на рис. 2, б побудовані залежності швидкісної функції у робочому діапазоні  $\varphi$  експлуатації де усі криві мають локальні максимуми, які можуть слугувати при синтезуванні механізму у якості межі максимального симетричного відхилення від одиниці ( $\Delta/2$ ) швидкісної функції. При припущенні симетричного відхилення  $\Delta/2$  від  $U_{AB} = 1$  стає можливим визначення діапазону зміни кута повороту кривошипа для прийнятого  $\sigma$ . За цим критерієм механізм може експлуатуватися на межі першого і другого квадрантів у несиметричному (відносно  $\varphi=90^\circ$ ) діапазоні кута  $\varphi$ , а значення швидкісної функції у цьому діапазоні будуть симетрично змінюватися від  $(1 + \Delta/2)$  до  $(1 - \Delta/2)$ .

Додаткові обов'язкові обмеження синтезу важільних механізмів накладаються допустимими кутами тиску в парах 0-1 і 2-3. Кут тиску – гострий кут між вектором сили прикладеної до веденої ланки і вектором швидкості точки прикладання рушійної сили. Чим він менший, тим інтегральна якість передачі руху вища [3]. Максимальна величина кута тиску (при  $\varphi = 90^\circ$ ) в поступальній парі повзун-напрямна складе  $\theta_{12} = \arcsin(\sigma)$  і його значення не повинно перевищувати допустимого  $[\theta_{12}] \leq 30^\circ$  [10], яке обмежує параметр  $\sigma$  до величини  $\sigma \leq 0,5$ . Для механізму з меншими значеннями  $\sigma$  кут тиску буде менший.

Кут тиску в обертальній парі 2-3 може бути прийнятий більшим  $[\theta_{23}] \leq 45^\circ$  [10]. Його максимальне неприпустиме значення  $\theta_{23} = 90^\circ$  настає в положенні механізму при  $\varphi = 0^\circ$ .

Якщо прийняти 5% припустиме відхилення від критерія оптимізації  $U_{AB} = 1$ , тобто  $\Delta/2 = \pm 0,025$ , то реалізувати таку вимогу зможе механізм з параметром  $\sigma = 0,225$  (рис. 2, в), кут експлуатації якого лежить у незначних межах  $62^\circ < \varphi < 95^\circ (33^\circ)$ . До того ж механізм має значні відносні габарити, бо шатун довший за кривошип у  $1/\sigma = 1/0,225 = 4,44$  рази. У механізмі з такими параметрами кути тиску не перевищують припустимі.

Суттєво розширює можливості реалізації вимог оптимізації схема дезаксиального кривошипно-повзункового механізму (рис. 3). Методом трикутників [6] отримана аналітична залежність визначення швидкості для такого механізму:

$$V_B = -V_A \sin\varphi - \frac{V_A(e + r \cdot \sin\varphi)\cos\varphi}{\sqrt{l^2 - (e + r \cdot \sin\varphi)^2}}. \quad (4)$$

$$U_{AB} = -\sin\varphi - \frac{(e + r \cdot \sin\varphi)\cos\varphi}{\sqrt{l^2 - (e + r \cdot \sin\varphi)^2}}$$

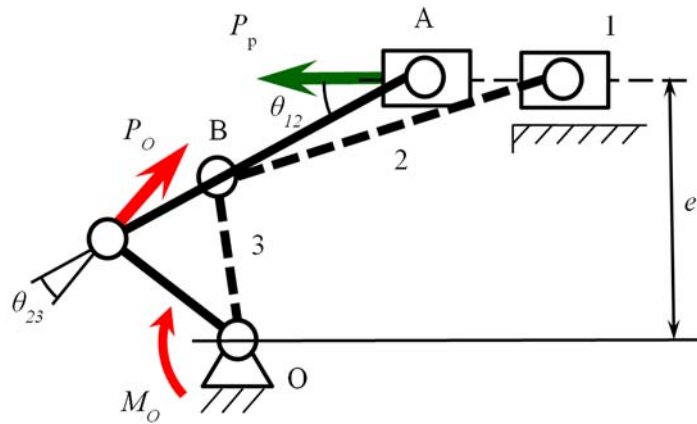


Рисунок 3 - Кінематична схема дезаксимального кривошипно-повзункового механізму

Після введення безрозмірного параметру дезаксимальності  $\gamma = e/l$  та алгебраїчних перетворень отримаємо залежність для визначення швидкісної функції:

$$U_{AB}(\varphi, \sigma, \gamma) = \frac{V_A}{V_B} = \sin\varphi + \frac{(\gamma - \sigma \cdot \sin\varphi)\cos\varphi}{\sqrt{1 - (\gamma - \sigma \cdot \sin\varphi)^2}}. \quad (5)$$

Як видно функція (5) залежить від трьох геометричних параметрів механізму. Для механізму в якому радіус кривошипу дорівнює дезаксимальності  $r=e$  або  $\sigma = \gamma$  формула (5) спрощується до залежності від двох параметрів:

$$U_{AB}(\varphi, \sigma) = \sin\varphi + \frac{\sigma(1 - \sin\varphi)\cos\varphi}{\sqrt{1 - \sigma^2(1 - \sin\varphi)^2}} \quad (6)$$

Об'ємний графік цієї залежності представлений на рис. 4,а, а графік функції, що задовольняє умові п'ятивідсоткового відхилення від критерія оптимізації - на рис. 4, б. Останній побудований для єдиного можливого значення  $\sigma = 1,75$  (шатун менший за кривошип), а діапазон кута експлуатації механізму лежить у межах  $53^\circ < \varphi < 101^\circ$  ( $48^\circ$ ).

Додаткові обмеження синтезу здійснює дотримання припустимої величини кутів тиску, які у деяких положеннях механізму можуть виходити за межі дозволених. Кут тиску в поступальній парі визначимо за залежністю:

$$\theta_{12}(\varphi) = \arcsin(\gamma - \sigma \cdot \sin\varphi), \quad (7)$$

а у парі шатун-кривошип - за залежністю:

$$\theta_{23}(\varphi) = \varphi + \theta_{12}(\varphi) - 90^\circ. \quad (8)$$

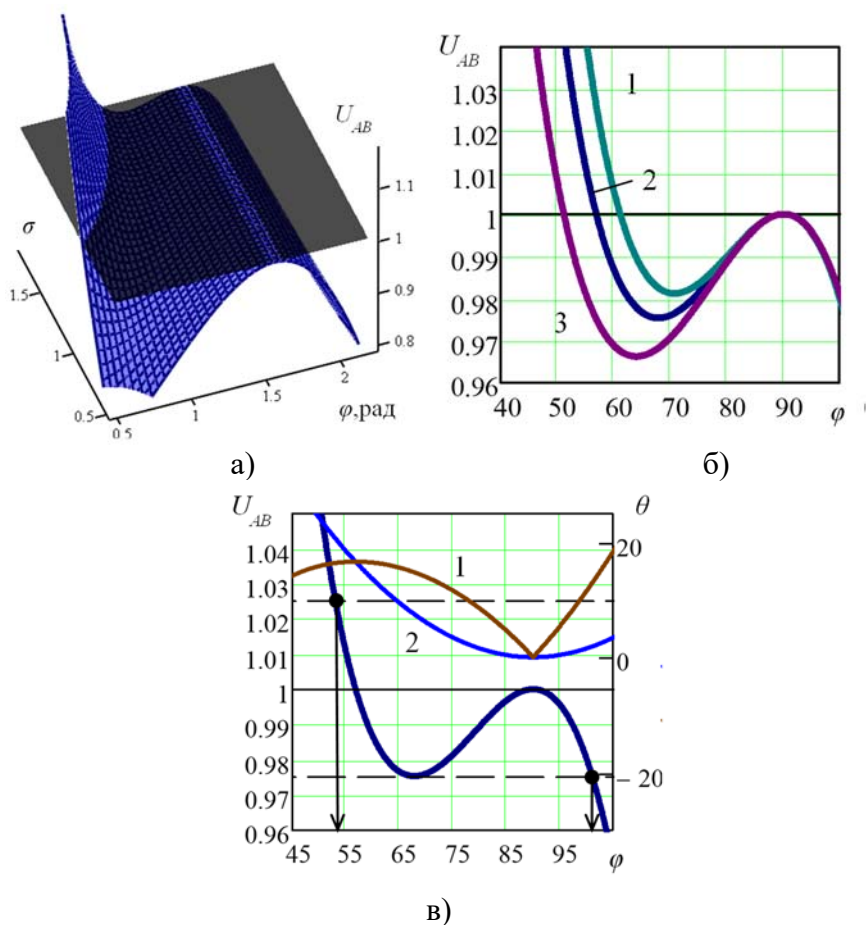


Рисунок 4 - Перетин об'ємної фігури залежності швидкісної функції дезаксиального кривошипно-повзункового механізму ( $r=e$ ) площиною критерію оптимізації (а), графіки швидкісної функції у робочому діапазоні  $\varphi$  експлуатації поблизу критерію оптимізації (1 -  $\sigma=2$ , 2 -  $\sigma=1,75$ , 3 -  $\sigma=1,5$ ) (б), графік швидкісної функції механізму з параметром  $\sigma = \gamma = 1,75$  та кути тиску: 1 - у поступальній парі ( $\theta_{12}$ ), 2 - у обертальній парі ( $\theta_{23}$ ) (в)

Для схеми де  $\sigma = \gamma$  формула (7) прийме вигляд:

$$\theta_{12}(\varphi) = \arcsin(\sigma(1 - \sin \varphi))$$

Кути тиску у знайденому діапазоні використання механізму не перевищують  $20^\circ$  (рис.4, в), що значно менше за припустимі.

Найбільш широкі можливості проектування надає розрахунок геометричних параметрів механізму за залежністю (5). Ця залежність є функцією трьох змінних тому об'ємних поверхонь може бути

побудовано багато, одна з них представлена на рис.5, а. Однак симетричне відхилення від  $U_{AB} = 1$  може бути підібране тільки комбінацією параметрів  $\sigma$  й  $\gamma$ , і комбінація така для заданого  $\Delta$ , може бути тільки одна. На рис. 5, б представлені графіки деяких таких комбінацій для практичного діапазону існування механізму. Криві зміни  $U_{AB}$  мають два локальних екстремуми (один максимум і один мінімум), що дозволяє знаходити тільки одне симетричне рішення для даного  $\Delta$ . Як видно збільшення кута експлуатації механізму відбувається за рахунок збільшення межі відхилення  $\Delta$  від критеріального параметру.

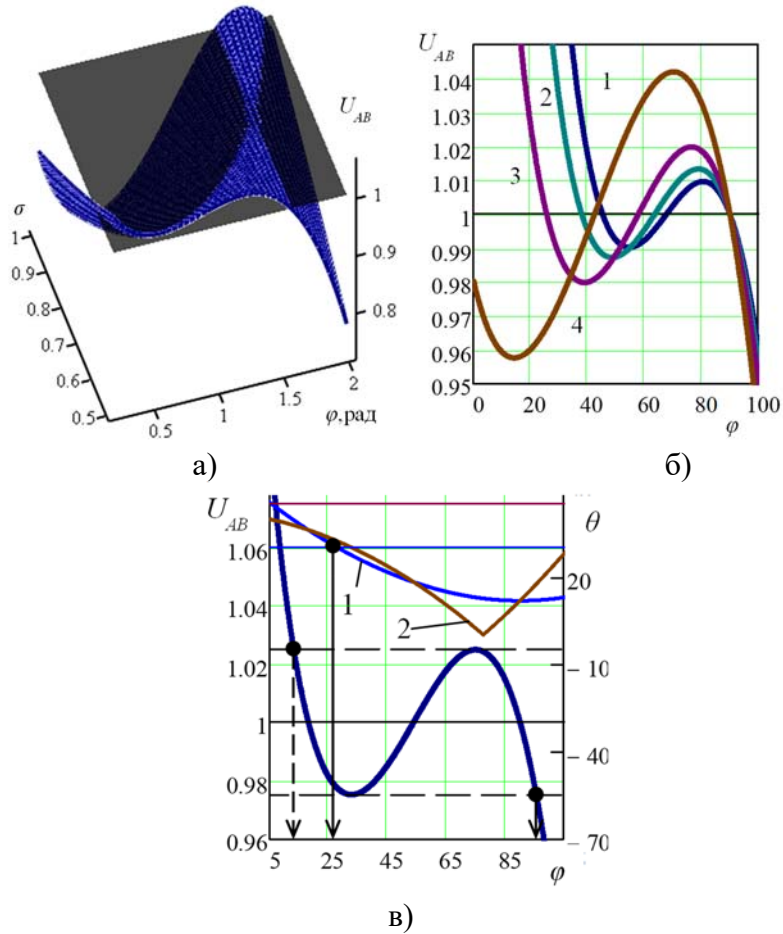


Рисунок 5 - Перетин об'ємної фігури залежності швидкісної функції дезаксильного кривошипно-повзункового механізму площиною критерія оптимізації ( $\gamma=0,76$ ) (а), графіки швидкісної функції у робочому діапазоні  $\varphi$  експлуатації з симетричним відхиленням від критерія оптимізації для деяких відносних параметрів механізму (1-  $\sigma = 0,872$  і  $\gamma=1$ , 2 -  $\sigma = 0,75$  і  $\gamma=0,9$ , 3 -  $\sigma = 0,618$  і  $\gamma=0,8$ , 4 -  $\sigma = 0,44$  і  $\gamma=0,7$ ) (б), графік швидкісної функції з параметрами  $\sigma = 0,557$  і  $\gamma=0,76$  і кути тиску 1 - у поступальній парі ( $\theta_{12}$ ), 2 - у обертальній парі ( $\theta_{23}$ ) (в)



5% симетричне відхилення задовольняє тільки функція з параметрами  $\sigma = 0,557$  і  $\gamma = 0,76$ , графік якої зображений на рис. 5, в. Діапазон кута експлуатації такого механізму лежить у широких межах  $13^\circ < \varphi < 95,5^\circ (82,5^\circ)$ , однак обмеження за кутом тиску у поступальній парі (7) звужують цей діапазон до величини  $27,8^\circ < \varphi < 95,5^\circ (67,7^\circ)$  (рис. 5, в). Як видно з графіків це обмеження зменшує нижню межу і діапазон  $\varphi$  роботи механізму.

Таким чином механізм, побудований за схемою дезаксиального кривошипно-повзункового механізму і забезпечуючий відхилення у діапазоні  $U_{AB} = 0,975 \dots 1,025$ , повинен мати наступні геометричні параметри:  $l = r/\sigma = 1,795r$ ,  $e = (\gamma \cdot r)/\sigma = 1,364r$ . У такому механізмі кут використання  $\Delta\varphi = 67,7^\circ$  найбільший, а момент на кривошипі буде сталим у всьому діапазоні кута повороту.

Характер кривих (рис.5, б) дозволяє знайти рішення симетричного відхилення від  $U_{AB} = 1$  для широкого діапазону  $\Delta$ , а п'ятивідсоткове обмеження відхилення може бути змінене до заданого.

**Висновки.** Виконаний кінематичний синтез кривошипно-повзункового механізму пристрою за критерієм найменшого відхилення від одиниці швидкісної функції (енергетичний трансмісійний індекс). Визначені конкретні значення відносних параметрів довжин ланок і діапазони повороту кривошипа центрального і дезаксиального кривошипно-повзункового механізму, що найкраще відповідають критерію оптимізації і задовольняють обмеженням за кутом тиску. Проведений енергетичний синтез пристрою побудованого на основі кривошипно-повзункового механізму за критерієм рівності одиниці швидкісної функції. Вперше введено поняття енергетичний трансмісійний індекс передачі руху.

Запропоновані практичні рекомендації щодо розмірів і розташування ланок механізму для центрального та дезаксиального кривошипно-повзункового механізму.

### Список використаної літератури

1. Кожевников С.Н. Аппаратура и устройства гидро-пневмо автоматики. Часть I. Гидроавтоматика. / С.Н.Кожевников. - Днепропетровск, 1954, 178 с.
2. Пейсах Э. Е., Нестеров В. А. Система проектирования плоских рычажных механизмов / Э. Е. Пейсах, В. А. Нестеров. Под ред. К. В. Фролова. - М: Машиностроение, 1988. - 232с.
3. Sutherland G. H. Quality of Motion and Force Transmission / G. H. Sutherland // Mech. and Mach. Theory. - 1981. - Vol.16. - P. 221-225.
4. Balli S., Chand S. Transmission angle in mechanisms (Triangle in mech) // Mechanism and Machine Theory. -2002.- Vol.37. – P. 175–195.

5. Chen C., Angeles J. Generalized transmission index and transmission quality for spatial linkages // Mechanism and Machine Theory. -2007.- Vol.42. – P. 1225–1237.
6. Gosselin C. Optimization of Planar and Spherical Function Generators as Minimum-Defect Linkages./ C. Gosselin, C. Angeles. - Mech. and Mach. Theory. Vol.24, No.4, 1986, pp.293-307.
7. Lin C. C., Chang W. T. The force transmissivity index of planar linkage mechanisms // Mechanism and Machine Theory. -2002.- Vol.37. – P. 1465–1485.
8. Погребняк Р. П. Структурний аналіз і кінематичний синтез спареного стрижньового кулісного механізму захвата робота / Р. П. Погребняк // Підйомно-транспортна техніка. –2017. – № 4 (56). – С. 57–66.
9. Озол О. Г. Основы конструирования и расчета механизмов / О. Г. Озол. – Рига: Звайгзне, 1979. – 360 с.
10. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин: підручник / Я.Т. Кіницький. – К: Наукова думка, 2002. – 659 с.

#### CINEMATIC SYNTHESIS OF CRYSTAL-SUMMARY MECHANISM FOR THE POWER INDUSTRY OF TRANSMISSION OF MOVEMENT

Pogrebnyak R. P., Pogrebnyak M. R.  
*National Metallurgical Academy of Ukraine,  
National Technical University "Dniprovsk Polytechnic"*

**Abstract.** To carry out a kinematic synthesis of a crank-slider mechanism in the accordance the criterion of the constancy of the drive power of the mechanism with restrictions on permissible pressure angles in kinematic pairs. Analytical dependences are obtained for determining the velocity function of the central and deaxial crank-slider mechanism, which are convenient for analysis and modeling. On their basis, an energy synthesis of the geometrical parameters of the mechanism in accordance with the criterion of the smallest deviation from the optimization criterion is performed. The possibilities of the mechanism are enhanced by using a deaxial crank-slider mechanism, and the best results can be obtained in a scheme where the deaxial value is larger than the crank length. It is determined the specific values of the relative parameters of the lengths of the links and the ranges of rotation of the crank of the central and deaxial crank-slider mechanism, which best meet the optimization criterion and satisfy the pressure angle constraints.

**Keywords:** motion transmission; power transmission index; speed function; pressure angle