УДК 621.87
DOI: 10.15276/pidtt.2.61.2019.07
Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., Сподоба О. О.
Національний університет біоресурсів і природокористування України

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ЗМІНИ ВИЛЬОТУ СТРІЛОВОЇ СИСТЕМИ КРАНА-МАНІПУЛЯТОРА

Анотація. *При виконанні вантажопідйомних і транспортних операцій широко використовуються вантажні крани-маніпулятори з гідроприводом на транспортних засобах в будівельній, аграрній, лісотехнічній та інших галузях виробництва. Це зумовлено рядом їх переваг, таких, як покращення умов праці робітників та підвищення продуктивності при вантажопідйомних і транспортних операціях. В роботі розглянута методика побудови математичної моделі в площині зміни вильоту стрілової системи крана-маніпулятора з гідроприводом із застосуванням рівнянь Лагранжа другого роду. В процесі побудови математичної моделі отримано рівняння руху стрілової системи крана-маніпулятора в процесі зміни вильоту. Розроблена математична модель дозволяє теоретично визначити вплив переміщення стрілової системи на коливання вантажу та вплив коливання вантажу на динамічні навантаження, які виникають в стріловій системі та елементах приводу маніпулятора.*

Ключові слова: *математична модель, зміна вильоту, кран-маніпулятор, рівняння Лагранжа, динамічні навантаження, коливання вантажу.*

Постановка проблеми. Для покращення умов праці робітників та підвищення продуктивності при вантажопідйомних і транспортних операціях широко використовуються вантажні маніпулятори з гідроприводом на транспортних засобах в будівельній, аграрній, лісотехнічній та інших галузях виробництва. В процесі зміни вильоту в елементах шарнірно-зчленованої стрілової системи з вантажем та приводних механізмах крана-маніпулятора виникають значні динамічні навантаження [1], які негативно впливають на металоконструкцію крана маніпулятора, зменшують його ресурс й міжремонтній цикл, викликають значне розхитування вантажу чим не дозволяють забезпечити точне його позиціонування, а також збільшують час циклу його транспортування. Все це зменшує ефективність використання вантажних кранів-маніпуляторів.

Для визначення дійсних динамічних навантажень в елементах конструкції крана-маніпулятора необхідно мати адекватні математичні

© Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., Сподоба О. О., 2019

моделі динаміки руху його ланок. Не дивлячись на досить широкі дослідження динаміки руху ланок кранів-маніпуляторів [2-8], до цих пір не досліджено в повній мірі, динаміку руху вантажних крнів-маніпуляторів. Тому розробка математичної моделі для дослідження динаміки руху вантажних кранів-маніпуляторів є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень. Відомі [9-13] методи побудови математичної моделі крана-маніпулятора. В даних роботах стрілова система крана-маніпулятора представлена, як голономна механічна система, в якій центр ваги ланок металоконструкції співпадає з їх геометричними параметрами. В роботах [14-15] розглянуто побудову математичної моделі крана-маніпулятора, встановлено зв'язок між кінематичними залежностями привідної ланки крана-маніпулятора та вантажу. Проблему динамічного навантаження елементів несучої металоконструкції крана-маніпулятора розглянуто в роботі [16]. Задачі кінематичного і динамічного аналізу, особливості складання математичних моделей крана-маніпулятора при використанні пакета прикладних програм розглянуто в роботі [17]. В роботах [18-20] розглянуто статичну стійкість кранів-маніпуляторів, математичне моделювання динамічної складової реакції опори в залежності від кутової швидкості стрілової системи та сили ваги вантажу. При досить великому обсязі розгляду проблеми динамічного аналізу, розв’язок даної задачі для кранів-маніпуляторів з гідроприводом не розглянуто у повному обсязі.

Мета і задача дослідження. Побудова математичної моделі динаміки зміни вильоту стрілової системи крана-маніпулятора та дослідження динаміки зміни вильоту стрілової системи крана-маніпулятора.

Виклад основного матеріалу. При дослідженні динаміки зміни вильоту стрілової системи крана-маніпулятора приймаємо наступні припущення:

- вважаємо, що усі ланки стрілової системи є абсолютно тверді тіла, окрім вантажу, який здійснює коливання на шарнірному підвісі в площині зміни вильоту;
- тертя в рухомих елементах і в’язке тертя рідини в трубопроводах не враховуємо;
- стисливістю робочої рідини в елементах приводу нехтуємо.

Виходячи з наведеного стрілову систему маніпулятора в процесі зміни вильоту вантажу представляємо як голономну механічну систему з двома ступенями вільності. Кут повороту стрілової системи відраховуємо від осі *x,* а кут відхилення вантажу від осі *y,* (рисунок 1) За узагальнені координати системи приймаємо кутові координати повороту стріли α і відхилення від вертикалі шарнірного підвісу вантажу β, (рис. 1).

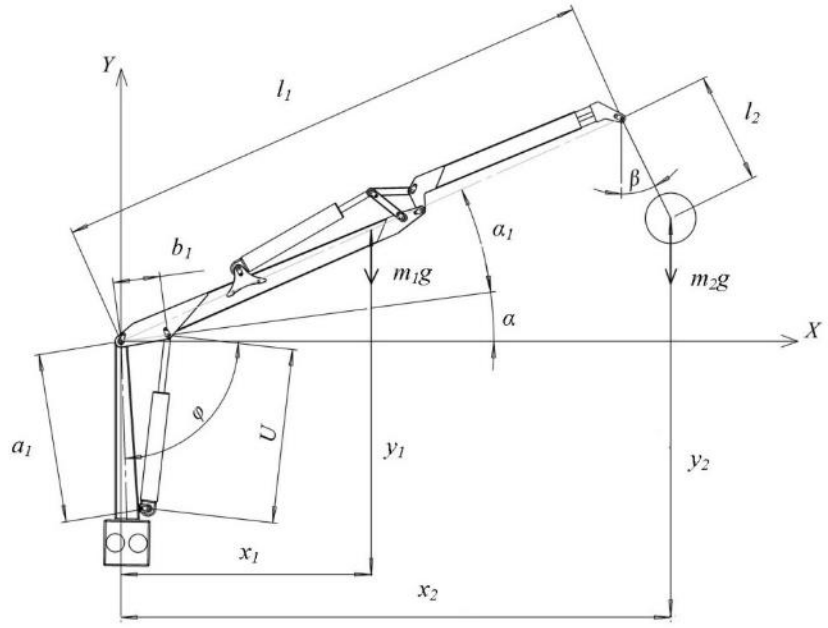

Рисунок 1 – Динамічна модель стрілової системи маніпулятора в процесі зміни вильоту

На рис. 1 прийняті такі позначення: l_1 - довжина стріли; l_2 - довжина підвісу; a_1 і b_1 - відстані від осі обертання стріли до кріплення штоку та відповідно гільзи гідроциліндра; φ та α_1 - кути утворені геометричними параметрами елементів стрілової системи маніпулятора; x_1, x_2 - горизонтальні координати центрів мас відповідно стріли та вантажу; y_1, y_2 - вертикальні координати центрів мас відповідно стріли та вантажу.

Виразимо координати центрів мас ланок крана-маніпулятора через узагальнені координати:

Стріла:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{l_1}{2} Cos(\alpha_1 + \alpha); \\ y_1 = \dfrac{l_1}{2} Sin(\alpha_1 + \alpha); \end{cases} \quad (1)$$

Вантаж:

$$\begin{cases} x_1 = l_1 \cdot Cos(\alpha_1 + \alpha) + l_2 \cdot Sin\beta; \\ y_1 = l_1 \cdot Sin(\alpha_1 + \alpha) - l_2 \cdot Cos\beta. \end{cases} \quad (2)$$

Для складання рівнянь руху стрілової системи крана-маніпулятора в процесі зміни вильоту вантажу використовуємо

рівняння Лагранжа другого роду, які для системи наведеної на (рис. 1) мають вигляд:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} - \dfrac{\partial T}{\partial \alpha} = Q_\alpha - \dfrac{\partial \Pi}{\partial \alpha}; \\ \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} - \dfrac{\partial T}{\partial \beta} = -\dfrac{\partial \Pi}{\partial \beta}, \end{cases} \tag{3}$$

де t - час; T, Π - відповідно кінетична та потенціальна енергія стрілової системи крана-маніпулятора в процесі зміни вильоту вантажу; Q_α - неконсервативна складова узагальненої сили системи, що відповідає координаті α.

Виразимо кінетичну енергію стрілової системи крана-маніпулятора:

$$T = \frac{1}{2}\cdot J_1 \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}\cdot m_2 \cdot \left(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2\right), \tag{4}$$

де m_2 - маса вантажу; J_1 - момент інерції стріли відносно осі її обертання. Момент інерції стрілової системи визначається наступним чином:

$$J_1 = \frac{1}{3}\cdot m_1 \cdot l_1^2, \tag{5}$$

де m_1 - маса стріли.

Виразимо потенціальну енергію стрілової системи крана-маніпулятора в процесі зміни вильоту:

$$\Pi = \left(m_1 y_1 + m_2 y_2\right) g, \tag{6}$$

де g - прискорення вільного падіння.

Візьмемо похідні від кінетичної енергії (4), що входять в систему рівнянь (3):

$$\begin{gathered} \frac{\partial T}{\partial \alpha} = m_2\left(\dot{x}_2\frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \alpha} + \dot{y}_2\frac{\partial \dot{y}_2}{\partial \alpha}\right); \\ \frac{\partial T}{\partial \beta} = m_2\left(\dot{x}_2\frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \beta} + \dot{y}_2\frac{\partial \dot{y}_2}{\partial \beta}\right); \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = J_1\cdot\dot{\alpha} + m_2\left(\dot{x}_2\frac{\partial x_2}{\partial \alpha} + \dot{y}_2\frac{\partial y_2}{\partial \alpha}\right); \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = m_2\left(\dot{x}_2\frac{\partial x_2}{\partial \beta} + \dot{y}_2\frac{\partial y_2}{\partial \beta}\right); \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = J_1\cdot\ddot{\alpha} + m_2\left(\ddot{x}_2\frac{\partial x_2}{\partial \alpha} + \dot{x}_2\frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \alpha} + \ddot{y}_2\frac{\partial y_2}{\partial \alpha} + \dot{y}_2\frac{\partial \dot{y}_2}{\partial \alpha}\right); \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = m_2\left(\ddot{x}_2\frac{\partial x_2}{\partial \beta} + \dot{x}_2\frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \beta} + \ddot{y}_2\frac{\partial y_2}{\partial \beta} + \dot{y}_2\frac{\partial \dot{y}_2}{\partial \beta}\right). \end{gathered} \tag{7}$$

Візьмемо також похідні від потенціальної енергії (6):

$$\frac{\partial П}{\partial \alpha} = \left(m_1 \frac{\partial y_1}{\partial \alpha} + m_2 \frac{\partial y_2}{\partial \alpha} \right) g;$$
$$\frac{\partial П}{\partial \beta} = m_2 \cdot g \frac{\partial y_2}{\partial \beta}. \quad (8)$$

Визначимо неконсервативну складову узагальненої сил, що входить в систему рівнянь (3). Для цього складемо рівняння робіт:

$$Q_\alpha \delta\alpha = F \cdot \delta U . \quad (9)$$

В отриманому рівнянні виразимо варіацію переміщення штока гідроциліндра через варіацію узагальненої координати, в результаті чого отримаємо:

$$Q_\alpha = F \frac{\partial U}{\partial \alpha}, \quad (10)$$

де F - зусилля в гідроциліндрі підйому стріли.

Підставивши вирази (7…10) в систему рівнянь (3), отримаємо систему диференціальних рівнянь руху крана-маніпулятора в процесі зміни вильоту стрілової системи з вантажем:

$$\begin{cases} J_1 \cdot \ddot{\alpha} + m_2 \left(\ddot{x}_2 \frac{\partial x_2}{\partial \alpha} + \ddot{y}_2 \frac{\partial y_2}{\partial \alpha} \right) = F \frac{\partial U}{\partial \alpha} - \left(m_1 \frac{\partial y_1}{\partial \alpha} + m_2 \frac{\partial y_2}{\partial \alpha} \right) g; \\ \ddot{x}_2 \frac{\partial x_2}{\partial \alpha} + \left(\ddot{y}_2 + g \right) \frac{\partial y_2}{\partial \beta} = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Знайдемо характеристики приводних механізмів, що входять в систему рівнянь (11).

$$U = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 - 2a_1 b_1 \cdot Cos(\varphi + \alpha)}. \quad (12)$$

Тиск в поршневій камері гідроциліндру:

$$P = P_н - \left(\frac{A^2 \cdot \dot{U}^2 \cdot \rho}{2 \cdot f^2 \cdot \mu^2 \cdot g} \right), \quad (13)$$

де: $P_н$ - тиск нагнітання рідини; A - площа поршня гідроциліндру; ρ - питома вага робочої рідини; f - площа прохідного отвору в золотниковому гідро розподільнику; μ - коефіцієнт витрати рідини через дросель.

Для розв'язку системи нелінійних диференційних рівнянь (11) прийнято такі вихідні параметри стрілової системи крана-маніпулятора: l_1 =6,1 м; l_2 0,4 м; a_1 =1,7 м b_1 =0,5 м; φ=1,3606 рад; α_1 =0,384 рад; m_1 =500 кг; $m2$ =700 кг, при початкових умовах руху α = –0,192 рад; $\dot{\alpha}$ =0 рад/с; β =0 рад; $\dot{\beta}$ =0 рад/с. На основі вихідних параметрів та за допомогою прикладних комп'ютерних програм розв'язана задача динаміки руху стрілової системи крана-маніпулятора. Отримані результати проілюстровано графічно на (рис. 2) – (рис. 6).

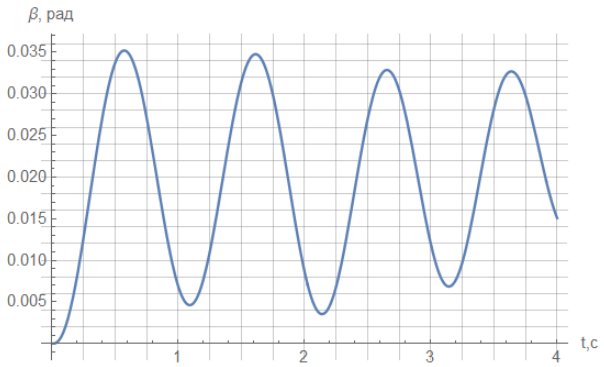

Рисунок 2 – Графік кутового відхилення вантажу

З графіку кутового відхилення вантажу (рис. 2), видно, що найбільше відхилення вантажу становить 0,035 рад. Протягом всього часу переміщення стрілової системи крана-маніпулятора кутове відхилення вантажу супроводжується коливальним рухом затухаючого характеру, що, в свою чергу, призводить до збільшення динамічних навантажень в елементах металоконструкції стрілової системи.

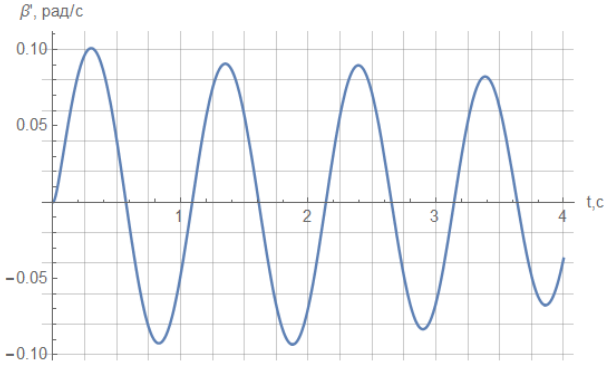

Рисунок 3 – Графік зміни кутової швидкості коливання вантажу

З графіка швидкості коливання вантажу (рис. 3) видно, що коливання в процесі зміни вильоту стрілової системи мають амплітудний, затухаючий характер та не перевищують значення 0,1 рад/с.

ISSN 2311-0368 (Print)
ISSN 2409-1049 (Online)

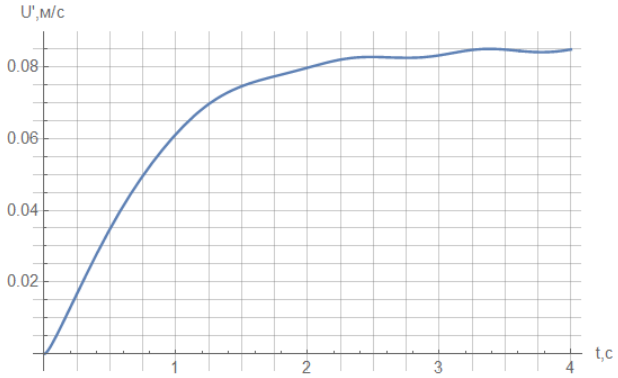

Рисунок 4 – Графік зміни швидкості переміщення штоку гідроциліндру

З графіку зміни швидкості переміщення штоку гідроциліндра (рис. 4) видно, що вихід штоку гідроциліндра на усталений рух відбувається протягом 2-х с., і становить 0,08 м/с при усталеному русі. Подальше переміщення штоку супроводжується динамічними навантаженнями, які виникають внаслідок коливального руху вантажу на кінці стрілової системи.

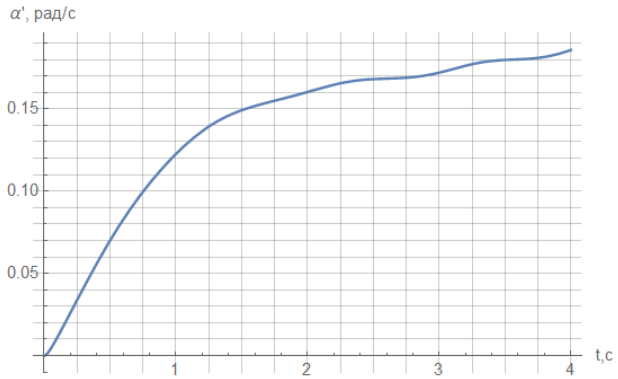

Рисунок 5 – Графік зміни швидкості кутового переміщення стрілової системи

Аналізуючи графік зміни швидкості кутового переміщення стрілової системи (рис. 5), видно що вихід стрілової системи на усталеній рух відбувається протягом 2-х с, та в подальшому переміщенні супроводжується незначними коливаннями та збільшення кутової швидкості стрілової системи. Цей ефект спричинений інерційними силами, які виникають внаслідок нерівномірного обертання стрілової системи при рівномірному переміщенні штоку силового гідроциліндра і залежать від кінематичних параметрів механізму підйому стрілової системи.

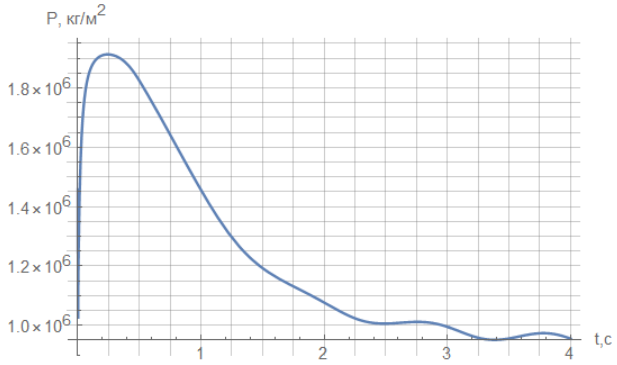

Рисунок 6 – Графік зміни тиску в поршневій камері гідроциліндру

Графік зміни тиску в поршневій камері гідроциліндру (Рис. 6), показує, що у початковий момент руху стрілової системи тиск у поршневій камері набуває значення $1{,}9 \times 10^6$ кг/м^2, що обумовлено високим моментом зрушення стрілової системи з вантажем. З виходом штоку силового гідроциліндра на усталений рух, тиск поступово зменшується, і становить $1{,}0 \times 10^6$ кг/м^2.

Висновки. У результаті проведеного дослідження було побудовано математичну модель динаміки зміни вильоту в площині підйому стрілової системи з вантажем крана-маніпулятора. Проведено динамічний аналіз механізму підйому стрілової системи. Отримано графічні залежності динамічних навантажень в стріловій системі та елементах приводу крана-маніпулятора. Запропонована математична модель дає змогу визначити дійсні динамічні навантаження в елементах конструкції маніпулятора та використати їх у подальшому практичному використанні.

Список використаної літератури

1. Башкиров В.С. О динамических нагрузках, возникающих в гидроприводах и металоконструкциях гидромеханических манипуляторов / В.С. Башкиров, Ю.Н. Дудков, В.Е. Киреев, П.Б.Германович. Всб.: Гидропривод и системы управления строительных, тяговых и дорожных машин. Омск, 1980. – с. 50-55.
2. Башкова Н.В. Местные напряжения в телескопической стреле / Н.В.Башкова Строительные и дорожные машины – 1977. №7. с. 19 – 20.
3. Бакай Б.Я. Попереднє представлення рівняння динаміки маніпулятора методом Лагранжа-Ейлера / Б.Я. Бакай. Науковий вісник НЛТУ України – Львів. Видавництво НЛТУ України, 2011 – Вип. 21.18. с. 322 – 327.

4. Кулешов В.С. Динамика системы управления манипуляторами / В.С. Кулешов, Н.А. Лакота. – М.: Энергия, 1971. – 304 с.

5. Петров Б.А. Манипуляторы / Б.А. Петров – Ленинград. Машиностроение 1984. – 238 с.

6. Кузнецов Н.К. О демпфировании упругих колебаний манипуляторов / Н.К. Кузнецов Управляемые механические системы – Иркутск. Политехнический институт, 1978. с. 89-101.

7. Михайлов С.И. Исследование динамики манипулятора с упругими звеньями / С.И. Михайлов, Ф.Л. Черноусько. Изв.: АН СССР. Механика твердого тела – 1984. №2. с. 51-58.

8. Черноусько Ф.Л. Динамика управляемых движений упругого манипулятора / Ф.Л. Черноусько. Изв.: АН СССР. Техническая кибернетика. – 1981. №5. с. 142-152.

9. Тертычный-Даури В.Ю. Динамика робототехнических систем / В.Ю. Тертычный-Даури. – СПб.: НИУ ИТМО, 2012. – 128 с.

10. Смольников Б.А. Проблемы механики и оптимизации роботов / Б.А. Смольников. – Москва. Наука, 1991. – 231 с.

11. Заблонский К.И. Оптимальный синтез схем манипуляторов промишленых роботов / К.И. Заблонский, Н.Т. Монашко, Б.М. Щецин. – Киев. Техника, 1989. – 148 с.

12. Кобринский А.А. Манипуляционные системы роботов / А.А. Кобринский, А.Е. Кобринский. – Москва. Наука, 1985. – 343 с.

13. Бербюк В.Е. Динамика и оптимизация робототехнических систем / В.Е. Бербюк – Киев. Наукова думка, 1989. – 188 с.

14. Ловейкін В.С. Математична модель динаміки зміни вильоту крана маніпулятора з жорсткими ланками. / В.С. Ловейкін, Д.О. Міщук / Журнал «Техніка будівництва». – К.: КНУБА, 2006. Вип. №19. – с. 26-29.

15. Міщук Д.О. Математичне моделювання зміни вильоту вантажу маніпулятором з гідроприводом / Д.О. Міщук, В.С. Ловейкін / Гірничі, будівельні, дорожні і меліоративні машини. – Київ. 2012. – с. 9-15.

16. Лагерев И.А. Динамика трехзвенных гидравлических кранов манипуляторов. Монография / И.А. Лагерев А.В. Лагерев. – Брянск Изд-во БГТУ. 2012. – 196 с.

17. Ащепкова Н.С. Метод кинематического и динамического анализа манипулятора с использованием Mathcad / Н.С. Ащепкова – Восточно-Европейский журнал передовых технологий. №5/7 (77) 2015. с. 54-63.

18. Добрачев А.А., Раевская Л.Т., Швец А.В. Статическая устойчивость манипуляторных машин / А.А. Добрачев, Л.Т. Раевская, А.В. Швец / Вестник машиностроения. – 2009. – №12 – с. 24-27.

19. Добрачев А.А., Раевская Л.Т., Швец А.В. Математическое моделирование динамических реакций опор манипуляторной машины / А.А. Добрачев, Л.Т. Раевская, А.В. Швец / Вестник машиностроения. – 2010. – №1 – с. 17-20.

20. Раевская Л.Т., Швец А.В., Дахиев Ф.Ф. Иследование линейных и угловых скоростей звеньев манипулятора / Л.Т. Раевская, А.В. Швец, Дахиев Ф.Ф. / Вестник машиностроения. – 2012. – №10 – с. 26-28.

MATHEMATICAL MODEL OF DYNAMICS CHANGE LENGTH OF THE CRANE ARM SYSTEM OF A CRANE-MANIPULATOR

Loveykin, V. S., Romasevich Yu. O., Spodoba O. O.
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine

Abstract. In the performance of lifting and transport operations, cranes-manipulators with hydraulic drive on vehicles in building, agrarian, forestry and other industries are widely used. This is due to a number of their benefits, such as improving the working conditions of workers and increasing productivity in load-lifting and transport operations. The paper considers the method of constructing a mathematical model in the plane of change of departure of the jib system of a crane-manipulator with a hydraulic drive with the use of Lagrange equations of the second kind. In the process of constructing a mathematical model, an equation of motion of the jib system of a crane-manipulator in the process of flight change is obtained. The developed mathematical model allows theoretically determined the effect of the movement of the jib system on the fluctuations of the load and the effect of the fluctuations of the load on the dynamic loads that arise in the jib system and the elements of the drive of the manipulator.

Key words: mathematical model, change length, crane-manipulator, Lagrange equation, dynamic loading, cargo fluctuations.