

УДК 621.873(07)

DOI: 10.15276/pidtt.1.62.2020.08

Ловеїкін В. С., Човнюк Ю. В., Кадикало І. О.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

ОПТИМІЗАЦІЯ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ У ПРУЖНИХ ЕЛЕМЕНТАХ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ КРАНІВ ПРИ РІЗНИХ СПОСОБАХ ПІДЙОМУ ВАНТАЖУ. ЧАСТИНА ІІІ

***Анотація.** Під час роботи вантажопідйомної техніки в елементах приводу та металоконструкції виникають значні динамічні навантаження, що призводять до пришвидшеного виходу елементів конструкції і механізмів з ладу та виникнення аварійних ситуацій. Питання усунення динамічних навантажень не вирішене і досі, тому в даній роботі проведена оптимізація динамічних навантажень у пружних елементах (канатах) вантажопідйомних кранів при різних способах підйому вантажу: «з підхватом», «з ваги», «з землі». У якості критерію оптимізації (мінімізації вказаних навантажень) у перехідних режимах функціонування вантажопідйомного крана (пуск, гальмування, реверсування) запропонований, функціонал, який є середньоквадратичним значенням коефіцієнта динамічності на інтервалі часу, що відповідає тривалості перехідного процесу, і приймає мінімальне значення. Для розв'язку задачі оптимізації режиму руху механізму підйому вантажу використовувались методи класичного варіаційного числення. За допомогою цих методів встановлені відповідні (оптимальні) режими (закони) руху вантажу та електромеханічної системи приводного механізму підйому. Отримані у даному дослідженні результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів підйому кранів з вантажем на гнучкому підвісі як на стадіях їх проектування / конструювання, так і в умовах реальної експлуатації.*

***Ключові слова:** оптимізація, динаміка, навантаження, канати, вантажопідйомні крани, способи підйому, вантаж.*

Постановка проблеми. Вантажопідйомні та транспортуючі машини є навід'ємним елементом (частиною) сучасного виробництва, оскільки з їх допомогою здійснюється механізація основних технологічних процесів й допоміжних робіт. У поточних й автоматизованих лініях роль підйомно-транспортних машин якісно зросла й вони стали органічною частиною технологічного обладнання, а вплив їх на техніко-економічні показники підприємства став доволі

суттєвим.

Задля збільшення виробництва прогресивних засобів механізації підйомно-транспортних, навантажувально-розвантажувальних та складських робіт, у тому числі вантажопідйомних машин з дистанційним та програмним керуванням, збільшення продуктивності й покращення техніко-економічних показників підйомно-транспортних машин, підвищення їх міцності, надійності й довговічності необхідно застосовувати новітні методи розрахунку й конструювання, постійно їх уточнювати й вдосконалювати. Особливо актуальним є вирішення проблем зменшення динамічних навантажень на пружні елементи (канати) вантажопідйомних кранів, коли останні функціонують у перехідних режимах роботи (пуск, гальмування, реверсування тощо).

Аналіз публікацій по темі дослідження. У період неусталеного руху у механізмах підйому вантажу кранів постійно виникають динамічні навантаження коливного характеру [1]. Величина й характер цих навантажень залежать від степеня пружності з'єднуючих ланцюгів, величин і розподілу рухомих мас у системі, законів зміни зовнішніх навантажень – рушійних сил і сил опорів. Вплив навантажень на пружну систему призводить й до коливань мас, і у пружних зв'язках виникають динамічні навантаження, особливо у механізмах пересування й повороту при різких пусках і гальмуванні. Значний внесок у розробку питань динаміки вантажопідйомних машин внесли А.А. Вайнсон [2], М.П. Александров [3,4], С.А. Казак [5], М.С. Комаров [6], М.М. Гохберг [7] та інші автори робіт [9-16]. У цитованих вище роботах розглянуті важливі аспекти функціонування вантажопідйомних кранів, наведені типові розрахункові схеми для моделювання динамічних процесів, що відбуваються у механізмах підйому вантажу, закріпленого на канатах, визначені динамічні коефіцієнти навантажень у пружних елементах тощо. Проте, на думку авторів даного дослідження, питанням оптимізації (мінімізації динамічних навантажень) режимів руху вантажопідйомних механізмів, що функціонують у перехідних (швидкоплинних) умовах, приділено недостатню увагу дослідників. Ці проблеми, задачі слід розв'язувати, використовуючи сучасні, науково обґрунтовані методи (наприклад, методи математичної фізики та класичного варіаційного числення), постійно уточнюючи й вдосконалюючи розрахункові схеми вказаних вище механізмів з наявними у них пружними елементами (канатами), які й приводять до виникнення небажаних коливних процесів у елементах вантажопідйомних кранів і, як наслідок, до динамічних перевантажень цих елементів й інших вузлів.

У даному дослідженні будуть частково використані результати роботи [1].

Мета даного дослідження

Мета даної роботи полягає у обґрунтуванні (із використанням аналітичних методів та підходів) оптимальних режимів функціонування вантажопідйомних кранів у перехідних процесах (пуску, гальмування, реверсування) за різних способів підйому вантажу («з ваги», «з підхватом», «з землі»), які дозволяють мінімізувати протягом проміжку часу, що триває перехідний процес, динамічні навантаження у пружних елементах (канатах). Крім того, при реалізації мети роботи встановлені: 1) закони руху окремих елементів вантажопідйомного механізму крана (власне вантажу й електромеханічної системи його підйому), які відповідають заданим критеріям якості таких рухів; 2) визначені основні параметри цих режимів.

Виклад основного матеріалу.

1. Аналіз руху та його оптимізація у процесі пуску механізму підйому вантажу (мостового) крана при підйомі «з землі» [1].

Слід зазначити, що при гальмуванні механізму підйому вантажу крана у перше рівняння системи (1) треба підставити замість P гальмівне зусилля P_r (тобто $P \rightarrow P_r$). Розв'язок рівнянь і дослідження режимів руху за різних способів підйому вантажу (пп. А, Б, В) залишається аналогічним до розглянутих в інших частинах (частина 1, частина 2 статті), (як, до речі, й режими оптимізації рухів системи).

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + C \cdot (x_1 - x_2) = P; & \ddot{x}_1 = \frac{d^2 x_1}{dt^2}; \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 - C \cdot (x_1 - x_2) = -Q; & \ddot{x}_2 = \frac{d^2 x_2}{dt^2}; \end{cases} \quad (1)$$

де x_1, x_2 – переміщення відповідно першої і другої мас; Q взята зі знаком мінус як сила опору.

У рівняннях (1) перші складові – сили інерції відповідної маси, другі – сили пружності у зв'язку. У правій частині рівнянь (1) – сили, діючі на систему у період неусталеного руху.

Але представляє практичний інтерес визначення динамічних зусиль у пружних зв'язках (канатах), коли сили опору зростають за певний (фіксований) проміжок часу по лінійній від часу t залежності, а потім залишаються постійними. Такі випадки мають місце, наприклад, при підйомі вантажу «з землі» [1].

Графік зростання навантажень показаний на рис. 1. Залежність $Q(t)$ у цьому випадку можна подати наступним чином:

$$Q(t) = \begin{cases} Q \cdot \frac{t}{\tau_o}, & \text{при } 0 \leq t \leq \tau_o; \\ Q, & \text{при } t \geq \tau_o. \end{cases} \quad (2)$$

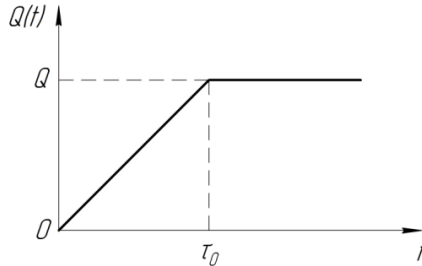


Рис. 1. Графік зростання навантажень $Q(t)$.

На жаль, результати подані у [1] для цього випадку мають суттєві неточності/недоліки, оскільки: 1) не визначені початкові умови для підйому вантажу «з землі»; 2) не визначений фазовий кут φ коливань, які виникають у системі у момент $t = \tau_o$. Використовуючи підхід роботи [8], де подібна задача розв’язана для нульових початкових умов (тобто $x|_{t=0} = 0, \dot{x}|_{t=0} = 0$), можна отримати наступний результат. При отриманні вказаних нижче залежностей використаний метод припасовування.

Моделльне рівняння руху системи при підйомі «з землі» має вид:

$$\ddot{x} + p^2 \cdot x = \frac{P}{m_1} + \frac{Q(t)}{m_2}. \quad (3)$$

Для $0 \leq t \leq \tau_o$ й нульових початкових умов ($x|_{t=0} = 0; \dot{x}|_{t=0} = 0$) воно має наступний розв’язок:

$$x(t) = \frac{P}{p^2 \cdot m_1} + \frac{Q \cdot t}{m_2 p^2 \tau_o} - \frac{Q}{m_2 p^3 \tau_o} \cdot \sin(pt) - \frac{P}{m_1 p^2} \cdot \cos(pt). \quad (4)$$

Для $t \geq \tau_o$ й умов:

$$x(t)|_{t=\tau_o-0} = x(t)|_{t=\tau_o+0}; \quad \dot{x}(t)|_{t=\tau_o-0} = \dot{x}(t)|_{t=\tau_o+0}, \quad (5)$$

рівняння (3) має такий розв’язок:

$$x(t) = \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{1}{p^2} - \frac{P}{m_1 p^2} \cdot \cos(pt) - \frac{Q}{m_2 p^2} \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{p\tau_o}{2}\right)}{\frac{p\tau_o}{2}} \right] \cdot \left[\cos\left(pt - \frac{p\tau_o}{2}\right) \right]. \quad (6)$$

До речі, умови (5) є умовами, які застосовуються у методі припасовування. Їх фізичний зміст полягає у тому, що відносна

координата переміщення $\dot{x}(t)$ є неперервними функціями часу t , й у т.ч. у точці $t = \tau_o$, коли $0 \leq t \leq \infty$.

Слід зазначити, що вираз для $P_\partial(t)$ для кожного з інтервалів часу: $0 \leq t \leq \tau_o$ й $0 \leq t \leq \infty$ можна легко отримати, знаючи вирази (4) та (6) для відносного переміщення $x(t)$ у вказаних інтервалах.

Отже, на відміну від формули $P_\partial(t)$, отриманої у [1] для цього способу підйому вантажу («з землі»), маємо:

а) $0 \leq t \leq \tau_o$

$$P_\partial(t) = C \cdot \left\{ \frac{P}{p^2 m_1} + \frac{Q \cdot t}{m_2 p^2 \tau_o} - \frac{Q}{m_2 p^3 \tau_o} \cdot \sin(pt) - \frac{P}{m_1 p^2} \cdot \cos(pt) \right\}; \quad (7)$$

б) $\tau_o \leq t < \infty$

$$P_\partial(t) = C \cdot \left\{ \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{1}{p^2} - \frac{P}{m_1 p^2} \cdot \cos(pt) - \frac{Q}{m_2 p^2} \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{p\tau_o}{2}\right)}{\frac{p\tau_o}{2}} \right] \cdot \cos\left(pt - \frac{p\tau_o}{2}\right) \right\}; \quad (8)$$

Використовуючи вирази (7) та (8), можна знайти й $k_\partial(t)$ на кожному із вказаних інтервалів часу:

а) $0 \leq t \leq \tau_o$

$$k_\partial(t) = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{P}{p^2 m_1} + \frac{Q \cdot t}{m_2 p^2 \tau_o} - \frac{Q}{m_2 p^3 \tau_o} \cdot \sin(pt) - \frac{P}{m_1 p^2} \cdot \cos(pt) \right\}; \quad (9)$$

б) $\tau_o \leq t < \infty$

$$k_\partial(t) = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{1}{p^2} - \frac{P}{m_1 p^2} \cdot \cos(pt) - \frac{Q}{m_2 p^2} \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{p\tau_o}{2}\right)}{\frac{p\tau_o}{2}} \right] \cdot \cos\left(pt - \frac{p\tau_o}{2}\right) \right\}; \quad (10)$$

Вираз (10) суттєво відрізняється від аналогічного, отриманого у [1].

Аналіз (9) й (10) показує, що $k_\partial(t)$ для варіанту підйому вантажу «з землі» має осцилюючий характер зміни по часу t .

Умова, за якої $k_\partial(t)|_{t=\tau_o-0} = k_\partial(t)|_{t=\tau_o+0} = 1$, приймає наступний вид:

$$p \cdot \tau_o + \tilde{\alpha} = n \cdot \pi, \quad n \in N, \quad (11)$$

де $\tilde{\alpha} = \arctg \left\{ \frac{P}{Q} \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot p \cdot \tau_o \right\}$. Зі співвідношення (11) можна знайти значення τ_o , за якого, при проходженні точки $t = \tau_o$ ($0 \leq \tau_o \leq t_p$) $k_\delta(t)$ приймає значення 1 (система працює без перевантажень):

$$p \cdot \tau_o + \arctg \left\{ \frac{P}{Q} \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot p \cdot \tau_o \right\} = n\pi, \quad n \in N \tag{12}$$

Трансцендентне рівняння (12) відносно τ_o визначає цей параметр, як функцію P, Q, m_1, m_2, p , що не призводить до появи перевантажень у точці $t = \tau_o$ ($k_\delta(\tau_o) \equiv 1$). Якщо параметр τ_o не задовольняє умові (12), перевантаження системи можуть мати місце як на інтервалі часу $0 \leq t \leq \tau_o$, так і при $\tau_o \leq t < \infty$.

Розглянемо при підйомі вантажу «з землі», за якою виконується наступний критерій якості цього руху:

$$\int_0^{t_p} k_\delta^2(t) dt \Rightarrow \min, \quad t_p > \tau_o, \tag{13}$$

$$\int_0^{\tau_o} k_\delta^2(t) dt + \int_{\tau_o}^{t_p} k_\delta^2(t) dt \Rightarrow \min, \tag{14}$$

де для визначення $k_\delta(t) = \frac{P_\delta(t)}{P_n}$ необхідно скористатись рівнянням (3).

З (3) легко встановити, що:

$$P_\delta(t) = \left\{ \frac{C}{m_1} \cdot P + \frac{C}{m_2} \cdot Q(t) - \ddot{P}_\delta \right\} \cdot \frac{1}{p^2}. \tag{15}$$

Тоді для $k_\delta(t)$ й $0 \leq t < \infty$ маємо:

$$k_\delta(t) = \frac{P_\delta(t)}{P_n} = \frac{1}{p^2 \cdot P_n} \cdot \left\{ \frac{C}{m_1} \cdot P + \frac{C}{m_2} \cdot Q(t) - \ddot{P}_\delta \right\}. \tag{16}$$

$$P_\delta = P_n \cdot (1 - \cos pt) + \frac{CV_o}{p} \cdot \sin pt = Q + (P - Q) \cdot n_2 \cdot (1 - \cos pt) + \frac{CV_o}{p} \cdot \sin pt. \tag{17}$$

Враховуючи залежність (17), критерій якості руху у формі (14) для даної механічної системи при підйомі «з землі» має вид:

$$\frac{1}{p^2 \cdot P_n} \cdot \int_0^{\tau_o} \left[\frac{C}{m_1} \cdot P + \frac{C}{m_2} \cdot Q \cdot \frac{t}{\tau_o} - \ddot{P}_\delta \right]^2 dt + \frac{1}{p^2 \cdot P_n} \cdot \int_{\tau_o}^{t_p} \left[\frac{C}{m_1} \cdot P + \frac{C}{m_2} \cdot Q - \ddot{P}_\delta \right]^2 dt \Rightarrow \min. \tag{18}$$

Мінімальне значення у (18) досягається за умови:

$$\begin{cases} \ddot{P}_\partial = \frac{C}{m_1} \cdot P + \frac{C}{m_2} \cdot Q \cdot \frac{t}{\tau_o}, & 0 \leq t \leq \tau_o, \\ \ddot{P}_\partial = \frac{C}{m_1} \cdot P + \frac{C}{m_2} \cdot Q, & \tau_o \leq t < t_p. \end{cases} \quad (19)$$

$$P_{\text{динамічне}} \equiv P_\partial = C \cdot (x_1 - x_2) = C \cdot x. \quad (20)$$

Враховуючи визначення $P_\partial(t)$ (20), яке дане у [1], умову (19) можна подати наступним чином:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{P}{m_1} + \frac{Q \cdot t}{m_2 \cdot \tau_o}, & 0 \leq t \leq \tau_o; \\ \ddot{x} = \frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2}, & \tau_o \leq t < t_p. \end{cases} \quad (21)$$

Перше і друге диференціальні рівняння (21) слід розв'язувати стандартним чином, проте початкові умови у них будуть різні. Так, у першому диференціальному рівнянні (21) початкові умови нульові:

$$x|_{t=0} = 0; \quad \dot{x}|_{t=0} = 0, \quad (22)$$

а у другому диференціальному рівнянні (21) (згідно з методом припасовування) початкові умови «ненульові»:

$$x|_{t=\tau_o+0} = x|_{t=\tau_o-0}; \quad \dot{x}|_{t=\tau_o+0} = \dot{x}|_{t=\tau_o-0}. \quad (23)$$

Виходячи з цієї обставини, можна знайти розв'язки рівнянь (21). Вони мають наступний вид:

а) $0 \leq t \leq \tau_o$

$$x(t) = \frac{P}{2m_1} \cdot t^2 + \frac{Q \cdot t^3}{6m_2 \tau_o}; \quad (24)$$

б) $\tau_o \leq t \leq t_p$

$$x(t) = \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot t + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (25)$$

Оскільки на етапі підйому з «з землі» вантаж (маса m_2) нерухомий, тоді з рівняння:

$$\ddot{x}_1 = -\frac{C}{m_1} \cdot x(t) + \frac{P}{m_1}, \quad 0 \leq t \leq \tau_o, \quad (26)$$

й початкових умов:

$$x_1|_{t=0} = 0; \quad \dot{x}_1|_{t=0} = 0, \quad (27)$$

Залежності $x(t)$ (24) знаходимо закон руху маси m_1 на цьому інтервалі часу t ($0 \leq t \leq \tau_o$):

$$x_1(t) = \frac{P}{2m_1} \cdot t^2 - \frac{C \cdot P}{24 \cdot m_1^2} \cdot t^4 - \frac{C \cdot Q}{120 \cdot m_1 m_2 \tau_o} \cdot t^5. \quad (28)$$

Якщо початкові умови «уточнені» ($x|_{t=0} = 0$; $\dot{x}|_{t=0} = V_o$), тоді замість рівняння (24) для $x(t)$ на $t \in [0, \tau_o]$ маємо:

$$x(t) = V_o \cdot t + \frac{P}{2m_1} \cdot t^2 + \frac{Q \cdot t^3}{6 \cdot m_2 \tau_o}. \quad (29)$$

Тоді на етапі підйому «з землі» вантаж (маса m_2) нерухомий, а з рівняння:

$$\ddot{x}_1 = -\frac{C}{m_1} \cdot x(t) + \frac{P}{m_1}, \quad 0 \leq t \leq \tau_o, \quad x_1|_{t=0} = 0; \quad \dot{x}_1|_{t=0} = V_o, \quad (30)$$

й залежності (29) для $x_1(t)$ маємо такий закон руху:

$$x_1(t) = V_o \cdot t - \frac{C V_o}{6 m_1} \cdot t^3 + \frac{P}{2 m_1} \cdot t^2 - \frac{C \cdot P}{24 m_1^2} \cdot t^4 - \frac{C \cdot Q}{120 \cdot m_1 m_2 \tau_o} \cdot t^5. \quad (31)$$

На інтервалі часу $t \in [\tau_o, t_p]$ маса m_2 (вантаж) ще не почала рухатись, але канат вже напружений ($P_o \neq 0$), що призводить до рухів маси m_2 згідно з рівнянням:

$$\ddot{x}_2 = \frac{C}{m_2} \cdot x(t) - \frac{Q}{m_2}, \quad (32)$$

при нульових початкових умовах для x_2 ($x_2|_{\tau_o} = 0$; $\dot{x}_2|_{\tau_o} = 0$).

Якщо $x(t)$ визначається з (25), тоді маємо для руху вантажу (m_2) наступний закон при $t \in [\tau_o, t_p]$:

$$x_2(t) = A_o + A_1 \cdot t + \frac{C Q \tau_o^2}{12 m_2^2} \cdot t^2 - \frac{Q}{2 m_2} \cdot t^2 - \frac{C Q \tau_o \cdot t^3}{12 m_2^2} + \frac{C}{m_2} \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t^4}{24}, \quad (33)$$

$$\text{де: } A_o = \frac{C Q \tau_o^4}{24 m_2^2} - \frac{Q \tau_o^2}{2 m_2} + \frac{C \cdot P \cdot \tau_o^4}{8 m_1 m_2}; \quad A_1 = -\frac{C Q \tau_o^3}{12 m_2^2} + \frac{Q \cdot \tau_o}{m_2} - \frac{C \cdot P \cdot \tau_o^3}{6 m_1 m_2}.$$

На інтервалі $t \in [\tau_o, t_p]$ маса m_1 ще не почала рухатись ($\dot{x}_1|_{\tau_o} = 0$), але канат вже напружений, тому $x_1|_{\tau_o} = \frac{Q}{C}$ і з рівняння:

$$\ddot{x}_1 = -\frac{C}{m_1} \cdot x(t) + \frac{P}{m_1}, \quad (34)$$

при $x(t)$ (25) маємо:

$$\left\{ \begin{aligned} x_1(t) &= B_0 + B_1 \cdot t - \frac{CQ\tau_o^2}{12m_1m_2} \cdot t^2 + \frac{P \cdot t^2}{2m_1} + \frac{CQ\tau_o \cdot t^3}{12m_1m_2} - \frac{C}{24m_1} \cdot \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot t^4; \\ B_1 &= \frac{(-CQ\tau_o^3)}{12m_1m_2} - \frac{P\tau_o}{m_1} + \frac{C \cdot \tau_o^3}{6m_1} \cdot \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right); \quad B_0 = -B_1 \cdot \tau_o - \frac{P \cdot \tau_o^2}{2m_1} + \\ &+ \frac{Q}{C} + \frac{C}{24m_1} \cdot \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \tau_o^4. \end{aligned} \right. \quad (35)$$

Якщо початкові умови «уточнені» і $\dot{x}(t)|_{t=0} = \dot{x}(t)|_{t=\tau_o} = V_o$, тоді рівняння для $x_1(t)$ (34) треба розв'язати при інших початкових умовах. При цьому $x(t)$ на інтервалі $t \in [\tau_o, t_p]$ має вид:

$$x(t) = V_o \cdot t + \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot t + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (36)$$

Отже, для знаходження $x_1(t)$ треба розв'язати рівняння:

$$\ddot{x}_1 = \left(-\frac{C}{m_1} \right) \cdot \left[V_o \cdot t + \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot t + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t^2}{2} \right] + \frac{P}{m_1}, \quad (37)$$

при наступних початкових умовах:

$$x_1|_{t=\tau_o} = \frac{Q}{C}; \quad \dot{x}_1|_{t=\tau_o} = V_o. \quad (38)$$

Розв'язок (37) шукаємо у вигляді:

$$x_1(t) = D_0 + D_1 \cdot t + \left(-\frac{C}{m_1} \right) \cdot \left[V_o \cdot \frac{t^3}{6} + \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} \cdot \frac{t^2}{2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot \frac{t^3}{6} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t^4}{24} \right] + \frac{P}{2m_1} \cdot t^2. \quad (39)$$

Константи D_1 й D_0 визначається наступними співвідношеннями:

$$\left\{ \begin{aligned} D_1 &= \left(\frac{C}{m_1} \right) \cdot \left[\frac{V_o \cdot \tau_o^2}{2} - \frac{Q \cdot \tau_o^3}{12m_2} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{\tau_o^3}{6} \right] - \frac{P \cdot \tau_o}{m_1}; \\ D_0 &= \frac{Q}{C} - D_1 \cdot \tau_o + \left(\frac{C}{m_1} \right) \cdot \left[\frac{V_o \cdot \tau_o^3}{6} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{\tau_o^4}{24} \right] - \frac{P}{2m_1} \cdot \tau_o^2. \end{aligned} \right. \quad (40)$$

На інтервалі $t \in [\tau_o, t_p]$ для маси m_2 у випадку $x(t)$ (36) й нульових початкових умов ($x_2|_{t=\tau_o} = 0$; $\dot{x}_2|_{t=\tau_o} = 0$) маємо наступний закон руху:

$$x_2(t) = E_0 + E_1 \cdot t + \left(\frac{C}{m_2} \right) \cdot \left\{ \frac{V_o \cdot t^3}{6} + \frac{Q \cdot \tau_o^2 \cdot t^2}{12m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o \cdot t^3}{12m_2} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t^4}{24} \right\} - \frac{Q \cdot t^2}{2m_2}. \quad (41)$$

Константи E_0 та E_1 знаходимо з умов:

$$\begin{cases} E_1 = \left(-\frac{C}{m_2}\right) \cdot \left\{ \frac{V_o \cdot \tau_o^2}{2} - \frac{Q \cdot \tau_o^3}{12m_2} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2}\right) \cdot \frac{\tau_o^3}{6} \right\} + \frac{Q \cdot \tau_o}{m_2}; \\ E_o = (-E_1 \cdot \tau_o) + \left(-\frac{C}{m_2}\right) \cdot \left\{ \frac{V_o \cdot \tau_o^3}{6} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2}\right) \cdot \frac{\tau_o^4}{24} \right\} + \frac{Q \cdot \tau_o^2}{2m_2}. \end{cases} \quad (42)$$

Використовуюючи вирази (24), (25) легко отримати залежність $k_\delta(t)$ на $t \in [0, t_p]$ при оптимальних режимах руху системи.

Отже, для $t \in [0, \tau_o]$ маємо:

$$k_\delta(t) = \frac{Cx(t)}{P_n} = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{P}{2 \cdot m_1} \cdot t^2 + \frac{Q \cdot t^3}{6m_2 \tau_o} \right\}. \quad (43)$$

Для $t \in [\tau_o, t_p]$ маємо:

$$k_\delta(t) = \frac{Cx(t)}{P_n} = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2} \cdot t + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2}\right) \cdot \frac{t^2}{2} \right\}. \quad (44)$$

Аналіз функції $k_\delta(t)$ (43) показує, що на $t \in [0, \tau_o]$ вона є монотонно зростаючою від значення $k_{\delta \min}(0) = 0$ до значення:

$$k_{\delta \max}(\tau_o) = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{P}{2m_1} \cdot \tau_o^2 + \frac{Q \cdot \tau_o^3}{6m_2 \tau_o} \right\} = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{P}{2m_1} \cdot \tau_o^2 + \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} \right\}. \quad (45)$$

Графік $k_\delta(t)$ (43) зображений на рис. 2.

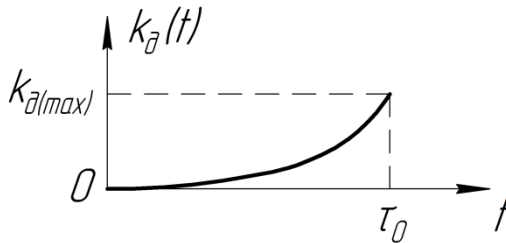


Рис. 2. Залежність $k_\delta(t)$ (43): $t \in [0, \tau_o]$.

Аналіз функції $k_\delta(t)$ (44) показує, що на $t \in [\tau_o, t_p]$ вона спочатку, у точці $t = \tau_o$ співпадає по своєму значенню з $k_\delta(\tau_o)$ (45), потім спадає до значення $k_{\delta \min}(t^*)$, яке визначається зі співвідношення:

$$\left\{ \begin{aligned} k_{\delta \min}(t^*) &= \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o \cdot t^*}{2m_2} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{(t^*)^2}{2} \right\}, \\ t^* &= \frac{Q \cdot \tau_o}{2m_2 \cdot \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right)}. \end{aligned} \right. \quad (46)$$

При $t = t_p$ $k_{\delta}(t_p)$ приймає значення:

$$k_{\delta}(t_p) = \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o \cdot t_p}{2m_2} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t_p^2}{2} \right\}. \quad (47)$$

При умові $\tau_o \ll t_p$ можна отримати наближене значення $k_{\delta}(t_p)$ наступного виду:

$$k_{\delta}(t_p) \approx \frac{C}{P_n} \cdot \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t_p^2}{2}. \quad (48)$$

Графік залежності $k_{\delta}(t)$ (44) зображений на рис. 3.

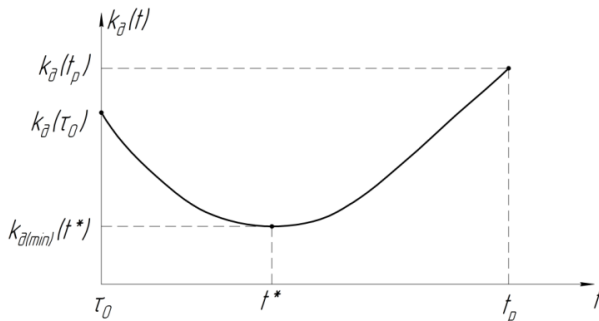


Рис.3. Залежність $k_{\delta}(t)$ (44):

$$\begin{aligned} t \in [\tau_o, t_p]; \quad k_{\delta}(\tau_o) &= \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{P}{2m_1} \cdot \tau_o^2 + \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} \right\}; \\ k_{\delta \min}(t^*) &= \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o \cdot t^*}{2m_2} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{(t^*)^2}{2} \right\}; \\ k_{\delta}(t_p) &= \frac{C}{P_n} \cdot \left\{ \frac{Q \cdot \tau_o^2}{6m_2} - \frac{Q \cdot \tau_o \cdot t_p}{2m_2} + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \cdot \frac{t_p^2}{2} \right\}; \\ t^* &= \frac{Q \cdot \tau_o}{\left[2m_2 \cdot \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q}{m_2} \right) \right]}. \end{aligned}$$

Слід зазначити, що джерелом виникнення коливань у досліджуваній системі (яка є, по суті, суттєво – нелінійною механічною системою із

зосередженими параметрами) є стрибок похідної $\frac{dQ(t)}{dt}$ при проходженні точки $t = \tau_0$ (рис. 4).

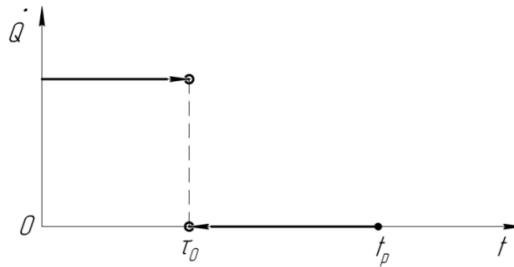


Рис. 4. Залежність $\dot{Q}(t)$.

Позбутися небажаних коливань у системі при підйомі вантажу «з землі» можна змінивши закон $Q(t)$, який би плавно (з певними умовами гладкості, що накладаються на функцію $Q(t)$) змінював значення цієї функції на інтервалі $t \in [0, t_p]$ від нуля до Q (рис. 5). При цьому для $t \geq t_p$ $Q(t) = Q$, а з залежність $Q(t)$ на $t \in [0, t_p]$ апроксимується поліномом (сплайном) по t до п'ятого порядку включно. Умови гладкості для $Q(t)$ виконуються у точках $t = t_p$ й $t = 0$.

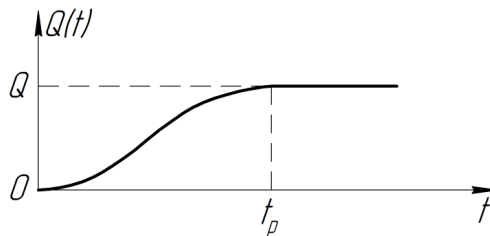


Рис. 5. Залежність $Q(t)$, яка не викликає появи у системі небажаних коливань на інтервалі $t \in [0, t_p]$.

Функція $Q(t)$, яка задовольняє наступним умовам (початковим/кінцевим), що еквівалентні певним умовам її гладкості:

$$\begin{cases} Q(t)|_{t=0} = \dot{Q}(t)|_{t=0} = \ddot{Q}(t)|_{t=0} = 0; \\ Q(t)|_{t=t_p} = Q; \dot{Q}(t)|_{t=t_p} = 0; \ddot{Q}(t)|_{t=t_p} = 0, \end{cases} \quad (49)$$

має наступним вид:

$$Q(t) = Q \cdot \left\{ 10 \cdot \left(\frac{t}{t_p} \right)^3 - 15 \cdot \left(\frac{t}{t_p} \right)^4 + 6 \cdot \left(\frac{t}{t_p} \right)^5 \right\}. \quad (50)$$

Отже, щоб позбутися небажаних коливань системи підйому вантажу крана на етапі розгону/пуску механізму його підйому при використанні способу підйому «з землі» необхідно забезпечити натяг канату до повного відриву від землі за законом (50) (рис. 5). Зрозуміло, що закон $Q(t)$ (50) не єдиний, а існує безліч сплайнів по часу t більш високого порядку (з більш «жорсткими» умовами гладкості у точках $t = 0$, $t = t_p$). Найпростіший з них поданий співвідношеннями (49), (50).

Висновки.

1. У межах моделі дискретними (зосередженими) параметрами встановлені закони руху механічної двомасової моделі, яка моделює функціонування механізму підйому вантажу (мостового) крана, для трьох способів підйому вантажу: а) «з підхватом», «з ваги», «з землі». Аналітично описані основні характеристики цих рухів коливного характеру: 1) амплітуда; 2) частота; 3) період; 4) коефіцієнт динамічності.
2. Запропоновані критерії якості руху, котрі дозволяють у режимах пуску мінімізувати коефіцієнт динамічності для всіх трьох, зазначених вище, способів підйому вантажу та закони руху механічної системи, які задовольняють вказаним критеріям.
3. Проведена чисельна обґрунтована оцінка тривалості набуття канатами пружного стану під дією ваги вантажу (τ_0), за якої механічна система задовольняє умовам квазістатичності чи умовам миттєвого набору пружного стану канатів.
4. Отримані у роботі результати можуть у подальшому слугувати для уточнення і вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів підйому вантажу різними способами («з ваги», «з підхватом», «з землі») при функціонуванні кранів у перехідних режимах (пуску, гальмування, реверсу та ін.) і у режимах реальної експлуатації.

Список використаної літератури

1. Иванченко, Ф.К. Расчеты грузоподъемных и транспортирующих машин / Ф.К. Иванченко, В.С. Бондарев, Н.П. Колесник, В.Я. Барабанов. – Киев: Вища школа, 1978. – 756 с.
2. Вайнсон, А.А. Строительные краны / А.А. Вайнсон. – М.: Машиностроение, 1970.

3. Александров, М.П. Подъемно-транспортные машины / М.П. Александров. – М.: Высшая школа, 1972.
4. Александров, М.П. Грузоподъемные машины / М.П. Александров и др. – М.: Высшая школа, 1973.
5. Казак, С.А. Динамика мостовых кранов / С.А. Казак. – М.: Машиностроение, 1968.
6. Комаров, М.С. Динамика механизмов и машин / М.С. Комаров. – М.: Машиностроение, 1968.
7. Гохберг, М.М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин / М.М. Гохберг. – М.: Машиностроение, 1969.
8. Александров, М.П. и др. Динамика грузоподъемных кранов / М.П. Александров и др. – М., 1986. – 400 с.
9. Ловейкін, В.С. Динаміка і оптимізація режимів руху мостових кранів. / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич. Монографія. Київ.: ЦП «КОМПРІНТ», 2016. – 314 с.
10. Ловейкін, В.С. Динамічний аналіз механізму повороту стрілового крана. / В.С. Ловейкін, С.Ф. Пилипака, І.О. Кадикало. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія : Техніка та енергетика АПК.Київ. 2017. Вип. 258. С. 192–202.
11. Ловейкін, В.С. Оптимізація режимів руху механізмів обертання вантажопідйомних кранів. / В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, І.О. Кадикало. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія : Техніка та енергетика АПК. Київ. 2017. Вип. 262. С. 177–190.
12. Ловейкін, В.С. Аналіз умов існування стаціонарних режимів (автоколивань) при роботі мостових кранів. / В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, І.О. Кадикало. Підйомно-транспортна техніка., Одеса. 2016. Вип. 3. С. 4-15.
13. Ловейкін, В.С. Динамічна оптимізація вантажопідйомних механізмів кранів при підйомі вантажу «з підхватом». / В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, І.О. Кадикало. Научный вестник ДГМА. 2016. Вип. 2(20Е). С. 90-98.
14. Ловейкин, В.С. Уточненный анализ и минимизация динамических нагрузок в упругих элементах грузоподъемных машин. / В.С. Ловейкин, Ю.В. Човнюк, И.А. Кадыкало. Вестник ПНИПУ. Геология. Нефтегазовое и горное дело. 2016. Т.15, №21. С.354–361. DOI: 10.15593/2224-9923/2016.21.7
15. Ловейкін, В.С. Моделювання динаміки механізмів вантажопідйомних машин. / В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, М.Г. Діктерук, С.І. Пастушенко. Моногр. Київ. нац. ун-т буд-ва і архіт. Миколаїв. держ. аграр. ун-т. - К. Миколаїв. Вид-во РВВ МДАУ. 2004. – 288 с.

16. Григоров, О.В. Вантажопідйомні машини: навч. посібник. / О.В. Григоров, О.В. Петренко. Х. НТУ „ХПІ”. 2006. – 304 с.

OPTIMISATION OF DYNAMIC LOADS IN ELASTIC ELEMENTS OF LOAD LIFTING CRANES WITH DIFFERENT METHODS OF LIFTING. PART III

Loveykin V. S., Chovniuk Yu. V., Kadykalo I. O.

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine

Abstract. During the work of lifting machinery there are considerable dynamic loads in the elements of the drive and the metal structure, which lead to the rapid failure of the elements of the structure and mechanisms and emergencies. The issue of elimination of dynamic loads has not been solved yet, so in this work, the dynamic loads in the elastic elements (ropes) of load lifting cranes have been optimized within various methods of cargo lifting: “pick-up”, “using weight”, “from the ground”. As a criterion for optimization (minimization of the specified loads) in the transient modes of operation of the crane (start, brake, reversal), the functional, which takes the minimum value and is the root mean square of the dynamic coefficient at the interval of time, corresponding to the duration of the transition, is proposed. Classical variational calculus methods were used to solve the problem of optimizing the mode of motion of the lifting mechanism. With these methods, the appropriate (optimal) modes (laws) of cargo movement and the electromechanical system of the drive mechanism of lifting are established.

The results obtained in this study can be further used to refine and improve existing engineering methods for calculating lifting mechanisms of the crane with flexible suspension both at the design / construction stages and under actual operating conditions.

Keywords: optimisation, dynamics, loading, ropes, load lifting cranes, methods of lifting, cargo.