

УДК: 621.873.35

DOI: 10.15276/pidtt.1.67.2022.06

Червоноштан А. Л., Колісник М. П., Шевченко А. Ф.

Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»

СТРУКТУРИ ДИНАМІЧНИХ ТА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ СТРІЛОВИХ САМОХІДНИХ КРАНІВ ПРИ РІЗНИХ ЗОВНІШНІХ ЗБУДЖЕННЯХ ДЛЯ СКЛАДАННЯ РОЗРАХУНКОВИХ КОМП'ЮТЕРНИХ ПРОГРАМ

***Анотація.** В даній статті розглянуті та обґрунтовані структури динамічних та математичних моделей, що описують коливальний процес стрілових самохідних кранів (ССК) із гнучким підвісом стріли, та різною кількістю мас із врахуванням різних джерел збудження коливань системи від впливу вібраційного технологічного обладнання на гаку та дії механізму підіймання, або їх сумісній дії. Наведено математичну модель руху 11-ти масової динамічної моделі ССК із гнучким підвісом стріли при роботі з вібраційним технологічним обладнанням на гаку, для наступного складання комп'ютерних програм та визначення чисельних значень параметрів. Наведені характеристики моделей різномасових систем для складання комп'ютерних програм, починаючи із простої 2-х масової, до 11-ти масової.*

***Ключові слова:** динамічна модель, математична модель, маса, вантаж, вантажопідіймальність, вібраційне обладнання, стріловий самохідний кран, стріла.*

Постановка задачі.

Стрілові самохідні крани (ССК) широко використовуються у будівельній індустрії як мобільні засоби механізації будівельних, будівельно-монтажних, оздоблювальних та упоряджувальних робіт, при виконанні робіт нульового циклу, підготовчих робіт при спорудженні котлованів та подачі різних конструктивних елементів та матеріалів споруджуваних об'єктів, або що підлягають відновленню та реконструкції після аварійних руйнувань.

При виконанні будівельних робіт використовуються різні вантажозахоплюючі пристрої: гакові підвіси, кліщові захвати, вантажні електромагніти, а також начіпне кранове вібраційно-технологічне обладнання (вібротрамбівки, віброзанурювачі, глибинні ущільнювачі та ін.).

В зв'язку з цим розрахункові схеми та математичні моделі, що описують коливальний процес механічної системи «кран-вантаж»,

мають різні структури за кількістю окремих мас, з'єднаних між собою пружними зв'язками, на які діють відповідні силові фактори, що викликають їх переміщення (лінійні або кутові) із врахуванням діючих сил і моментів, сил інерції мас при їх власних і вимушених коливаннях.

Аналіз наявних досліджень та актуальність.

Відомі праці по використанню ССК у будівництві можна класифікувати у залежності від виду стрілового обладнання та вантажозахоплюючого пристрою:

- із гаковою підвіскою, кліщовими захватами;
- із грейферами та вантажними електромагнітами;
- із вібраційним начіпним вібраційним технологічним обладнанням: вібраторами, вібробаддями, віброзанурювачами, глибинними ущільнювачами ґрунтів і бетонів, вібропалями у режимах стаціонарних та нестаціонарних збудженнях.

При аналізі відомих досліджень ССК розглянуті механічні системи, що складаються, наприклад із:

- 2-х мас «кран-вантаж» [2, 3, 6, 11, 12, 13];
- 3-х мас «кран-стріла-вантаж» [1, 5, 9, 14];
- 7-х мас і більше [7, 8, 10, 15, 16, 19, 20, 21].

Огляд та аналіз публікацій показав, що достовірність результатів досліджень суттєво залежить від ступеня деталізації розрахункової схеми об'єкту, який досліджується, та оснащенню обліковою технікою, так як дозволяє визначити параметри коливань більшої кількості мас систем, та їх взаємовплив.

Мета роботи обґрунтувати структури систем динамічних та математичних моделей, що описують коливальний процес ССК із гнучким підвісом стріли, із врахуванням різних джерел збудження коливань системи від впливу вібраційного технологічного обладнання на гаку та дії механізму підймання, або їх сумісній дії, для складання комп'ютерних програм та аналізу динаміки зміни показників системи.

Основний зміст роботи.

В ньому наведені побудови структур розрахункових динамічних та математичних моделей, що описують коливальний процес ССК із гнучким підвісом стріли при відсутності збуджень та при різних зовнішніх збудженнях, які можуть бути вирішеними та дослідженими.

Для раціонального вибору кількості рухомих мас у динамічній моделі крана із умов мінімальних динамічних навантажень та вібраційного впливу технологічного обладнання на гаку крана приймаємо динамічну модель крана, рис. 1, яка складається з одинадцяти твердих тіл маси яких зосереджені у точках з центрами мас, відповідно: m_1 – ходової частини, m_2 – поворотної платформи, m_3 – зведеної маси стріли, m_4 – гакової підвіски, m_5 – вантажу, m_6 – кабіни, m_7 – крісла з оператора крана, m_8 – дизель-електричної станції,

m_9 , m_{10} , m_{11} – відповідно динамічні гасителі коливань (ДГК) мас: поворотної платформи, кабіни та гакової підвіски.

При дослідженні коливань стрілового самохідного крана вводимо наступні припущення.

Вважаємо, що ходова частина, поворотна платформа, стріла, гакова підвіска, вантаж, кабіна, крісло з оператором, силова установка та динамічні гасителі-тверді тіла;¹ а маси елементів крана зв'язані між собою відповідними невагомими лінійно-пружними зв'язками та демпфіруючими елементами, що характеризуються певними жорсткостями C_i та в'язким опором β_i ;

– система розглядається у положенні рівноваги і сили ваги мас можуть бути опущенні;

– маси елементів скупчені у точках у просторі;

– пружні зв'язки мас лінійні;

– вітрові навантаження та кут ухилу крана не враховуються;

– маси мають лінійні та (або) кутові переміщення;

– вимушена сила приймається як така, що змінюється за гармонійним законом, так як вплив нерівномірності обертання дебалансних валів вібророзбуджувача на характер зміни динамічних навантажень в металоконструкції стріли незначні;

– для сталого режиму коливань не враховується вплив затухань;

– для розрахунку переміщення елементів коливальної системи стріла крана позначена у вигляді абсолютно жорсткого тіла, так як переміщення стріли при коливаннях більш ніж на порядок перевищують її деформацію;

– жорсткість канатів вантажної і стрілової систем прийнята постійною для малих переміщень при коливаннях;

– кут нахилу стріли до горизонталі і кут нахилу кантів до осі стріли при коливаннях вважаються постійними, так як вплив зміни цих кутів на динамічні навантаження в металоконструкції стріли зневажливо малі.

При таких припущеннях можливо визначити конфігурацію системи, що має шістнадцять величин, наприклад, переміщеннями z_1 і z_2 , центрів мас ходової і поворотної частин крана, переміщеннями x_3 і z_3 центру зведеної маси стріли, переміщеннями z_4, \dots, z_{11} центру мас, відповідно: гакової підвіски, вантажу, кабіни, крісла з оператором,

¹ Тверде тіло-тіло у якому при любых обставинах відстані між любими точками є постійними-не змінюються ні розміри, ні форма тіла.

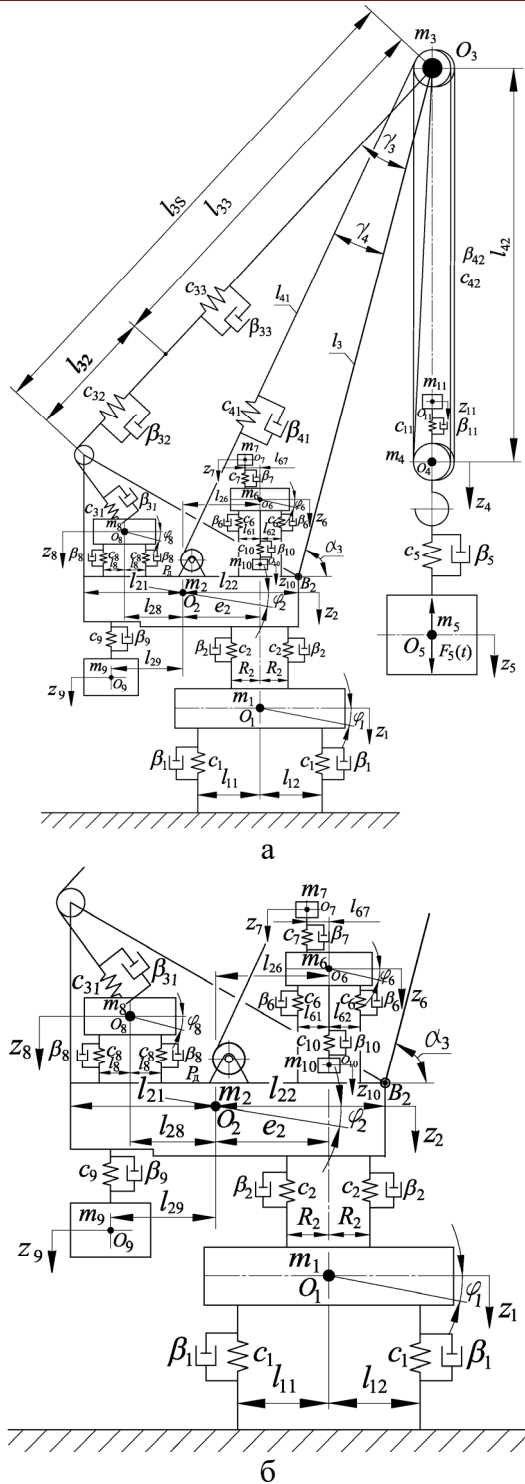


Рисунок 1 – Розрахункова схема (динамічна модель) 11-ти масової механічної системи стрілового самохідного крана при роботі з вібраційним технологічним обладнанням на гаку: а – загальний вид; б – вид без стрілового обладнання

силової установки, динамічного гасителя поворотної платформи, динамічного гасителя кабіни і динамічного гасителя гакової підвіски, кутами φ_1, φ_2 поворотів ходової (неповоротної) і поворотної частин крана відносно їх головних центральних осей, кутом повороту φ_3 центра мас зведеної маси стріли і кутами φ_6 і φ_8 центрів мас кабіни і силової установки відносно їх головних центральних осей.

Розглянемо коливання механічної системи «кран-вантаж» зображеної на рис. 1. Конфігурація системи може бути визначена наступними величинами: вертикальними переміщеннями: z_1, \dots, z_{11} центрів мас неповоротної і поворотної частин крана, зведеної маси стріли, гакової підвіски, вантажу, кабіни, крісла з оператором, силової установки, маси динамічного гасителя поворотної платформи, маси динамічного гасителя кабіни і маси динамічного гасителя гакової підвіски; горизонтальним переміщенням x_3 центра мас зведеної маси стріли; кутами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_6, \varphi_8$ повороту ходової частини відносно її головної центральної осі.

Для дослідження коливального процесу даної механічної системи скористаємося рівняннями Лагранжа другого роду.

Для неконсервативних систем, у яких відбувається дисипація енергії, рівняння Лагранжа другого роду при наявності вимушених сил мають вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1)$$

де T і Π – кінетична та потенційна енергії системи, які визначаються як функції узагальнених координат q_i та їх похідних;

Φ – дисипативна функція (функція розсіювання);

t – час;

q_i – узагальнені координати, що визначають положення системи;

$q_i = 1, 2, 3, \dots, n$; – узагальнені переміщення;

\dot{q}_i – узагальнені швидкості;

Q_i – узагальнені сили, відповідно координатам, і діючі на систему в напрямках цих координат.

За узагальнені координати приймаємо наступні величини:

$q_1 = z_1, q_2 = z_2, q_3 = z_4, q_4 = z_5, q_5 = z_6, q_6 = z_7, q_7 = z_8, q_8 = z_9, q_9 = z_{10},$

$q_{10} = z_{11}, q_{11} = \varphi_1, q_{12} = \varphi_2, q_{13} = \varphi_3, q_{14} = \varphi_6, q_{15} = \varphi_8.$

Щоб написати диференціальні рівняння коливального процесу механічної систем як рівняння Лагранжа другого роду (1) знайдемо кінетичну T і потенційну енергію Π системи та функцію Φ розсіювання.

Кінетична енергія системи. Кінетичну енергію системи знайдемо як суму кінетичних енергій мас, що входять в систему, а кінетичну енергію кожної маси визначимо за теоремою Кеніга² [18].

З врахуванням прийнятих вище припущень отримали значення сумарної кінетичної енергії механічної системи «кран-вантаж»:

$$\left\{ \begin{aligned} T = & \frac{1}{2}m_1\dot{z}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{z}_2^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{z}_2^2 + \frac{1}{2}2m_3l_{22}\dot{z}_2\dot{\varphi}_2 + \frac{1}{2}2m_3l_3\dot{z}_2\dot{\varphi}_3 \cos \alpha_3 + \\ & + \frac{1}{2}m_4\dot{z}_4^2 + \frac{1}{2}m_5\dot{z}_5^2 + \frac{1}{2}m_6\dot{z}_6^2 + \frac{1}{2}m_7\dot{z}_7^2 + \frac{1}{2}m_8\dot{z}_8^2 + \frac{1}{2}m_9\dot{z}_9^2 + \frac{1}{2}m_{10}\dot{z}_{10}^2 + \\ & + \frac{1}{2}m_{11}\dot{z}_{11}^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2}m_3l_{22}^2\dot{\varphi}_2^2 + \\ & + \frac{1}{2}2m_3l_{22}l_3\dot{\varphi}_2\dot{\varphi}_3 \cos \alpha_3 + \frac{1}{2}m_3l_3^2\dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2}J_6\dot{\varphi}_6^2 + \frac{1}{2}J_8\dot{\varphi}_8^2. \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Потенційна енергія механічної системи дорівнює алгебраїчній сумі потенційних енергій $\Pi_1 + \Pi_2 + \dots + \Pi_{11}$, що накопичуються внаслідок деформації пружних зв'язків різного характеру між елементами системи (основи на якій встановлено кран, опорно-поворотного пристрою з рамою поворотної платформи, сталевих канатних систем механізмів підймання вантажу та стріли, а також від стискання пружних елементів, на яких встановлені кабіна оператора, крісло оператора та силова установка, від стискання пружин динамічних гасителів коливань кабіни оператора, поворотної платформи та гакової підвіски).

Сумарна потенційна енергія механічної системи «кран-вантаж»

$$\begin{aligned} \Pi_1 = & \frac{1}{2}c_1 \left[(z_1 - l_{11}\varphi_1)^2 + (z_1 + l_{12}\varphi_1)^2 \right] + \\ & + \frac{1}{2}c_2 \left\{ [z_2 + (e_2 - R_2)\varphi_2 - (z_1 - R_2\varphi_1)]^2 + [z_2 + (e_2 + R_2)\varphi_2 - (z_1 + R_2\varphi_1)]^2 \right\} + \\ & + \frac{1}{2}c_3 l_3 \varphi_3 \sin \gamma_3 + \frac{1}{2}c_4 [z_4 - (z_2 + l_{24}\varphi_2 + l_3\varphi_3 \cos \alpha_3)]^2 + \\ & + \frac{1}{2}c_5 (z_5 - z_4)^2 + \frac{1}{2}c_6 \left\{ z_6 - l_{61}\varphi_6 - [z_2 + (l_{26} - l_{61})\varphi_2] \right\}^2 + \\ & + \frac{1}{2}c_6 \left\{ z_6 + l_{62}\varphi_6 - [z_2 + (l_{26} + l_{62})\varphi_2] \right\}^2 + \frac{1}{2}c_7 [z_7 - (z_6 - l_{67}\varphi_6)]^2 + \\ & + \frac{1}{2}c_8 \left\{ z_8 - l_{8}\varphi_8 - [z_2 - (l_{28} + l_8)\varphi_2] \right\}^2 + \frac{1}{2}c_8 \left\{ z_8 + l_8\varphi_8 - [z_2 - (l_{28} - l_8)\varphi_2] \right\}^2 + \\ & + \frac{1}{2}c_9 [z_9 - (z_2 - l_{29}\varphi_2)]^2 + \frac{1}{2}c_{10} (z_{10} - z_4)^2 + \frac{1}{2}c_{11} (z_{11} - z_6)^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Функцію розсіювання отримаємо із виразу потенційної енергії Π , замінивши у ньому жорсткості $c_1 \dots c_{11}$ коефіцієнтами в'язкості $\beta_1 \dots \beta_{11}$ і узагальнені координати q_i – узагальненими швидкостями \dot{q}_i .

$$\Phi_i = \frac{1}{2}\beta_1 [(\dot{z}_1 - l_{11}\dot{\varphi}_1)^2 + (\dot{z}_1 + l_{12}\dot{\varphi}_1)^2] +$$

² Повна кінетична енергія тіла або системи тіл у складному русі дорівнює сумі енергії системи в поступальному русі і енергії системи у її обертвовому русі відносно центра мас.

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \beta_2 \left\{ \left[\dot{z}_2 + (e_2 - R_2) \dot{\varphi}_2 - (\dot{z}_1 - R_2 \dot{\varphi}_1) \right]^2 + \left[\dot{z}_2 + (e_2 + R_2) \dot{\varphi}_2 - (\dot{z}_1 + R_2 \dot{\varphi}_1) \right]^2 \right\} + \quad (4) \\
& + \frac{1}{2} \beta_3 l_3 \sin \gamma_3 \dot{\varphi}_3 + \frac{1}{2} \beta_4 \left[\dot{z}_4 - (\dot{z}_2 + l_{24} \dot{\varphi}_2 + l_3 \cos \alpha_3 \dot{\varphi}_3) \right]^2 + \\
& + \frac{1}{2} \beta_5 (\dot{z}_5 - \dot{z}_4)^2 + \frac{1}{2} \beta_6 \left\{ \dot{z}_6 - l_{61} \dot{\varphi}_6 - \left[\dot{z}_2 + (l_{26} - l_{61}) \dot{\varphi}_2 \right] \right\}^2 + \\
& + \frac{1}{2} \beta_6 \left\{ \dot{z}_6 + l_{62} \dot{\varphi}_6 - \left[\dot{z}_2 + (l_{26} + l_{62}) \dot{\varphi}_2 \right] \right\}^2 + \frac{1}{2} \beta_7 \left[\dot{z}_7 - (\dot{z}_6 - l_{67} \dot{\varphi}_6) \right]^2 + \\
& + \frac{1}{2} \beta_8 \left\{ \dot{z}_8 - l_8 \dot{\varphi}_8 - \left[\dot{z}_2 - (l_{28} + l_8) \dot{\varphi}_2 \right] \right\}^2 + \frac{1}{2} \beta_8 \left\{ \dot{z}_8 + l_8 \dot{\varphi}_8 - \left[\dot{z}_2 - (l_{28} - l_8) \dot{\varphi}_2 \right] \right\}^2 + \\
& + \frac{1}{2} \beta_9 \left[\dot{z}_9 - (\dot{z}_2 - l_{29} \dot{\varphi}_2) \right]^2 + \frac{1}{2} \beta_{10} (\dot{z}_{10} - \dot{z}_4)^2 + \frac{1}{2} \beta_{11} (\dot{z}_{11} - \dot{z}_6)^2.
\end{aligned}$$

Після диференціювання виразу (2) сумарної кінетичної енергії за узагальненими швидкостями кожену складову \dot{z}_i і $\dot{\varphi}_i$, потім за часом t , а також сумарну потенційну енергію (3) за змінними z_i і φ_i , отримали відповідні вирази у загальному вигляді

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{z}_i} = m_i \dot{z}_i; \quad \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{z}_i} \right] = m_i \ddot{z}_i; \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial z_i} = 0; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial z_i} = c_i z_i; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{z}_i} = \beta_i \dot{z}_i. \quad (5)$$

для кутових переміщень

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\varphi}_i} J_i \dot{\varphi}_i; \quad \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\varphi}_i} \right] J_i \ddot{\varphi}_i; \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial \varphi_i} = 0; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_i} = c_i \varphi_i; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}_i} = \beta_i \dot{\varphi}_i. \quad (6)$$

$$Q_i = F_i(t); \quad (7)$$

$$Q_i = M_i(t). \quad (8)$$

Диференціальні рівняння руху. Використовуючи похідні (5) і (6) знайдених виразів кінетичної (2) і потенційної енергії (3) та функції розсіювання (4), а також узагальнених сил (7) і (8) отримали систему (9) з п'ятнадцяти диференціальних неоднорідних рівнянь другого порядку які описують вимушені коливання крана під дією вібраційного технологічного обладнання на гаку крана:

$$\begin{aligned}
& m_1 \ddot{z}_1 + 2(c_1 + c_2) z_1 - 2c_2 z_2 - c_1 (l_{11} - l_{12}) \varphi_1 - 2c_2 e_2 \varphi_2 + \\
& + 2(\beta_1 + \beta_2) \dot{z}_1 - 2\beta_2 \dot{z}_2 - \beta_1 (l_{11} - l_{12}) \dot{\varphi}_1 - 2\beta_2 e_2 \dot{\varphi}_2 = 0. \\
& (m_2 + m_3) \ddot{z}_2 + m_3 l_{22} \ddot{\varphi}_2 + m_3 l_3 \cos \alpha_3 \dot{\varphi}_3 - 2c_2 z_1 + (2c_2 + c_4 + 2c_6 + 2c_8 + c_9) z_2 - \\
& - c_4 z_4 - 2c_6 z_6 - 2c_8 z_8 - c_9 z_9 + \{ 2c_2 e_2 + c_4 l_{24} + c_6 [2e_2 - (l_{61} - l_{62})] - \\
& - 2c_8 l_{28} - c_9 l_{29} \} \varphi_2 + c_4 l_3 \cos \alpha_3 \varphi_3 + c_6 (l_{61} - l_{62}) \varphi_6 - \\
& - 2\beta_2 \dot{z}_1 + (2\beta_2 + \beta_4 + 2\beta_6 + 2\beta_8 + \beta_9) \dot{z}_2 - \beta_4 \dot{z}_4 - 2\beta_6 \dot{z}_6 - 2\beta_8 \dot{z}_8 - \beta_9 \dot{z}_9 + \\
& + \{ 2\beta_2 e_2 + \beta_4 l_{24} + \beta_6 [2e_2 - (l_{61} - l_{62})] - \\
& - 2\beta_8 l_{28} - \beta_9 l_{29} \} \dot{\varphi}_2 + \beta_4 l_3 \cos \alpha_3 \dot{\varphi}_3 + \beta_6 (l_{61} - l_{62}) \dot{\varphi}_6 = 0. \\
& m_4 \ddot{z}_4 - c_4 z_2 + (c_4 + c_5 + c_{11}) z_4 - c_5 z_5 - c_{11} z_{11} - c_4 l_{24} \varphi_2 - c_4 l_3 \cos \alpha_3 \varphi_3 - \\
& - \beta_4 \dot{z}_2 + (\beta_4 + \beta_5 + \beta_{11}) \dot{z}_4 - \beta_5 \dot{z}_5 - \beta_{11} \dot{z}_{11} - \beta_4 l_{24} \dot{\varphi}_2 - \beta_4 l_3 \cos \alpha_3 \dot{\varphi}_3 = 0. \\
& m_5 \ddot{z}_5 - c_5 z_4 + c_5 z_5 - \beta_5 z_4 + \beta_5 z_5 = F_5(t).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & m_6 \ddot{z}_6 - 2c_6 z_2 + (2c_6 + c_7 + c_{10}) z_6 - c_7 z_7 - c_{10} z_{10} - \\
 & - c_6 [2e_2 - (l_{61} - l_{62})] \varphi_2 - [c_6 (l_{61} - l_{62}) - c_7 l_{67}] \varphi_6 - \\
 & - 2\beta_6 \dot{z}_2 + (2\beta_6 + \beta_7 + \beta_{10}) \dot{z}_6 - \beta_7 \dot{z}_7 - \beta_{10} \dot{z}_{10} - \\
 & - \beta_6 [2e_2 - (l_{61} - l_{62})] \dot{\varphi}_2 - [\beta_6 (l_{61} - l_{62}) - \beta_7 l_{67}] \dot{\varphi}_6 = 0. \\
 & m_7 \ddot{z}_7 - c_7 z_6 + c_7 z_7 + c_7 l_{67} \varphi_6 - \beta_7 \dot{z}_6 + \beta_7 \dot{z}_7 + \beta_7 l_{67} \dot{\varphi}_6 = 0. \\
 & m_8 \ddot{z}_8 = -2c_8 z_2 + 2c_8 z_8 + 2c_8 l_{28} \varphi_2 - 2\beta_8 \dot{z}_2 + 2\beta_8 \dot{z}_8 + 2\beta_8 l_{28} \dot{\varphi}_2 = 0. \\
 & m_9 \ddot{z}_9 - c_9 z_2 + c_9 z_9 + c_9 l_{29} \varphi_2 - \beta_9 \dot{z}_2 + \beta_9 \dot{z}_9 + \beta_9 l_{29} \dot{\varphi}_2 = 0. \\
 & m_{10} \ddot{z}_{10} - c_{10} z_6 + c_{10} z_{10} - \beta_{10} \dot{z}_6 + \beta_{10} \dot{z}_{10} = 0. \\
 & m_{11} \ddot{z}_{11} - c_{11} z_4 + c_{11} z_{11} - \beta_{11} \dot{z}_4 + \beta_{11} \dot{z}_{11} = 0. \\
 & J_1 \ddot{\varphi}_1 - c_1 (l_{11} - l_{12}) z_1 + [c_1 (l_{11}^2 + l_{12}^2) + 2c_2 R_2^2] \varphi_1 - 2c_2 R_2^2 \varphi_2 - \\
 & - \beta_1 (l_{11} - l_{12}) \dot{z}_1 + [\beta_1 (l_{11}^2 + l_{12}^2) + 2\beta_2 R_2^2] \dot{\varphi}_1 - 2\beta_2 R_2^2 \dot{\varphi}_2 = 0. \\
 & m_3 l_{22} \ddot{z}_2 + (J_2 + m_3 l_{22}^2) \ddot{\varphi}_2 + m_3 l_{22} l_3 \cos \alpha_3 \ddot{\varphi}_3 - 2c_2 e_2 z_1 + \{2c_2 e_2 + c_4 l_{24} + \\
 & + c_6 [2e_2 - (l_{61} - l_{62})] - c_8 l_{28} - c_9 l_{29} c_9\} z_2 - c_4 l_{24} z_4 - c_6 [2e_2 - (l_{61} - l_{62})] z_6 + \\
 & + 2c_8 l_{28} z_8 + c_9 l_{29} z_9 - 2c_2 R_2^2 \varphi_1 + \{2c_2 (e_2^2 + R_2^2) + c_3 (l_{21} + l_{22})^2 \cos^2 \theta_{23} + c_4 l_{24}^2 + \\
 & + c_6 [2e_2^2 - 2e_2 (l_{61} - l_{62}) + (l_{61}^2 + l_{62}^2)] + 2c_8 (l_{28}^2 + l_8^2) + c_9 l_{29}^2\} \varphi_2 - \\
 & - l_3 [c_3 (l_{21} + l_{22}) \sin \gamma_3 \cos \theta_{23} - c_4 l_{24} \cos \alpha_3] \varphi_3 + c_6 [e_2 (l_{61} - l_{62}) - \\
 & - (l_{61}^2 + l_{62}^2)] \varphi_6 - 2c_8 l_8^2 \varphi_8 - 2\beta_2 e_2 \dot{z}_1 + \{2\beta_2 e_2 + \beta_4 l_{24} + \\
 & + \beta_6 [2e_2 - (l_{61} - l_{62})] - \beta_8 l_{28} - \beta l_{29}\} \dot{z}_2 - \beta_4 l_{24} \dot{z}_4 - \beta_6 [2e_2 - (l_{61} - l_{62})] \dot{z}_6 + \\
 & + 2\beta_8 l_{28} \dot{z}_8 + \beta_9 l_{29} \dot{z}_9 - 2\beta_2 R_2^2 \dot{\varphi}_1 + \{2\beta_2 (e_2^2 + R_2^2) + \beta_3 (l_{21} + l_{22})^2 \cos^2 \theta_{23} + \beta_4 l_{24}^2 + \\
 & + \beta_6 [2e_2^2 - 2e_2 (l_{61} - l_{62}) + (l_{61}^2 + l_{62}^2)] + 2\beta_8 (l_{28}^2 + l_8^2) + c_9 l_{29}^2\} \dot{\varphi}_2 - \\
 & - l_3 [\beta_3 (l_{21} + l_{22}) \sin \gamma_3 \cos \theta_{23} - \beta_4 l_{24} \cos \alpha_3] \dot{\varphi}_3 + \beta_6 [e_2 (l_{61} - l_{62}) - \\
 & - (l_{61}^2 + l_{62}^2)] \dot{\varphi}_6 - 2\beta_8 l_8^2 \dot{\varphi}_8 = 0. \\
 & m_3 l_3 \cos \alpha_3 \ddot{z}_2 + m_3 l_{22} l_3 \cos \alpha_3 \ddot{\varphi}_2 + J_3 \ddot{\varphi}_3 + c_4 l_3 \cos \alpha_3 z_2 - c_4 l_3 \cos \alpha_3 z_4 - \\
 & - l_3 [c_3 (l_{21} + l_{22}) \sin \gamma_3 \cos \theta_{23} - c_4 l_{24} \cos \alpha_3] \varphi_2 + l_3^2 (c_3 \sin^2 \gamma_3 + c_4 \cos^2 \alpha_3) \varphi_3 + \\
 & + \beta_4 l_3 \cos \alpha_3 \dot{z}_2 - \beta_4 l_3 \cos \alpha_3 \dot{z}_4 - l_3 [\beta_3 (l_{21} + l_{22}) \sin \gamma_3 \cos \theta_{23} - \beta_4 l_{24} \cos \alpha_3] \dot{\varphi}_2 + \\
 & + l_3^2 (\beta_3 \sin^2 \gamma_3 + \beta_4 \cos^2 \alpha_3) \dot{\varphi}_3 = 0. \\
 & J_6 \ddot{\varphi}_6 + c_6 (l_{61} - l_{62}) z_2 - [c_6 (l_{61} - l_{62}) - c_7 l_{67}] z_6 + c_7 l_{67} z_7 + \\
 & + c_6 [e_2 (l_{61} - l_{62}) - (l_{61}^2 + l_{62}^2)] \varphi_2 + [c_6 (l_{61}^2 + l_{62}^2) + c_7 l_{67}^2] \varphi_6 + \\
 & + \beta_6 (l_{61} - l_{62}) \dot{z}_2 - [\beta_6 (l_{61} - l_{62}) - \beta_7 l_{67}] \dot{z}_6 + \beta_7 l_{67} \dot{z}_7 + \\
 & + \beta_6 [e_2 (l_{61} - l_{62}) - (l_{61}^2 + l_{62}^2)] \dot{\varphi}_2 + [\beta_6 (l_{61}^2 + l_{62}^2) + \beta_7 l_{67}^2] \dot{\varphi}_6 = 0.
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$J_8 \ddot{\phi}_8 - 2c_8 l_8^2 \phi_2 + 2c_8 l_8^2 \phi_8 - 2\beta_8 l_8^2 \dot{\phi}_2 + 2\beta_8 l_8^2 \dot{\phi}_8 = 0.$$

$$\text{Тут } F(t) = P \sin \omega(t); F(t) = M_{cm} \omega^2 \sin \omega(t).$$

Система диференціальних рівнянь власних вільних коливань відрізняється від системи рівнянь (9) відсутністю функції розсіювання (4) і правої частини у четвертому рівнянні системи (9), яке враховує дію вимушеної сили.

Нижче (табл. 1) наведені характеристики моделей різномасових систем для складання комп'ютерних програм, починаючи із простої 2-х масової, до 11-ти масової, розглянутої вище як самої складної.

Таблиця 1 – Характеристики моделей для складання комп'ютерних програм

№ п/п	Розрахункова схема (динамічна модель)	Назва мас	Зовнішній вплив	Параметри, що визначаються за комп'ютерними програмами
1	2	3	4	5
1.	2-х масова	1. стріла; 2. вантаж	відсутній	Власні частоти, власні вектори
2.			вібратор	АЧХ*, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
3	3-х масова	1. стріла; 2. гакова підвіска; 3. вантаж	відсутній	Власні частоти, власні вектори
4			вібратор	АЧХ, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках вібратор
5			відсутній	Власні частоти, власні вектори
6			вібратор	АЧХ, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
7	4-х масова	1. кран; 2. стріла; 3. гакова підвіска; 4. вантаж	відсутній	Власні частоти, власні вектори
8			вібратор	АЧХ, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
9		1. кран; 2. стріла; 3 вантаж; 4. крісло з оператором	відсутній	Власні частоти, власні вектори
10			вібратор	АЧХ, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
11			відсутній	Власні частоти, власні вектори
	5-ти масова	1. кран; 2. стріла; 3. гакова підвіска 4. вантаж; 5. кабіна оператора	вібратор	АЧХ, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
12			відсутній	Власні частоти, власні вектори
13		1. кран; 2. стріла; 3. гакова підвіска 4. вантаж; 5. кабіна оператора	вібратор	АЧХ, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
14			відсутній	Власні частоти, власні вектори
15		1. кран; 2. стріла; 3. гакова підвіска 4. вантаж; 5. ДГК на гаковій підвісці	вібратор	АЧХ, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
16			відсутній	Власні частоти, власні вектори
17	вібратор		АЧХ, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках	

Продовження таблиці 1

1	2	3	4	5
18	5-ти масова	1. кран; 2. стріла; 3. гакова підвіска 4. вантаж; 5. ДГК на поворотній платформі	відсутній	Власні частоти, власні вектори
19			вібратор	АЧХ, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
20			відсутній	Власні частоти, власні вектори
21			1. кран; 2. стріла; 3. гакова підвіска 4. вантаж; 5. сило- ва установка	вібратор
22	6-ти масова	1. кран; 2. стріла; 3. гакова підвіска 4. вантаж; 5. кабіна оператора; 6. сило- ва установка	відсутній	Власні частоти, власні вектори
23			відсутній	Власні частоти, власні вектори
			1. кран; 2. стріла; 3. гакова підвіска 4. вантаж; 5. кабіна оператора; 6. кріс- ло з оператором	вібратор
24			відсутній	Власні частоти, власні вектори
			1. кран; 2. стріла; 3. гакова підвіска 4. вантаж; 5. кабіна оператора; 6. ДГК крана	вібратор
25			відсутній	Власні частоти, власні вектори
		1. кран; 2. стріла; 3. гакова підвіска 4. вантаж; 5. кабіна оператора; 6. ДГК кабіни оператора	вібратор	АЧХ*, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
26		відсутній	Власні частоти, власні вектори	
		1. кран; 2. стріла; 3. гакова підвіска 4. вантаж; 5. кабіна оператора; 6. ДГК гакові підвіски	вібратор	АЧХ*, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
27	7-ми масова	1. ходова частина; 2. поворотна плат- форма; 3. стріла; 4. вантаж; 5. каїна; 6. силова устано- вка; 7. ДГК крана	відсутній	Власні частоти, власні вектори
28			вібратор	АЧХ*, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
29			відсутній	Власні частоти, власні вектори
30			1. ходова частина; 2. поворотна плат- форма; 3. стріла; 4. вантаж; 5. кабі- на; 6. силова уста- новка; 7. ДГК кабіни	вібратор
31	8-ми масова	1. ходова частина; 2. поворотна плат- форма; 3. стріла; 4. гакова підвіска; 5. вантаж; 6. кабі- на; 7. силова уста- новка; 8. ДГК кабіни	відсутній	Власні частоти, власні вектори
32			вібратор	АЧХ*, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках

Продовження таблиці 1

1	2	3	4	5
33	8-ми масова	1. ходова частина; 2. поворотна платформа; 3. стріла; 4. гакова підвіска; 5. вантаж; 6. кабіна; 7. силова установка; 8. ДГК поворотної платформи	відсутній	Власні частоти, власні вектори
34			вібратор	АЧХ*, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
35		1. ходова частина; 2. поворотна платформа; 3. стріла; 4. гакова підвіска; 5. вантаж; 6. кабіна; 7. силова установка; 8. ДГК гакової підвіски	відсутній	Власні частоти, власні вектори
36			вібратор	АЧХ*, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
37	9-ти масова	1. ходова частина; 2. поворотна платформа; 3. стріла; 4. гакова підвіска; 5. вантаж; 6. кабіна; 7. силова установка; 8. кресло оператора; 9. ДГК поворотної платформи	відсутній	Власні частоти, власні вектори
38			вібратор	АЧХ*, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
39		1. ходова частина; 2. поворотна платформа; 3. стріла; 4. гакова підвіска; 5. вантаж; 6. кабіна; 7. силова установка; 8. кресло з оператором; 9. ДГК кабіни	відсутній	Власні частоти, власні вектори
40			вібратор	АЧХ*, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
41	10-ти масова	1. ходова частина; 2. поворотна платформа; 3. стріла; 4. гакова підвіска; 5. вантаж; 6. кабіна; 7. силова установка; 8. кресло з оператором; 9. ДГК поворотної платформи; 10. ДГК кабіни	відсутній	Власні частоти, власні вектори
42			вібратор	АЧХ*, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
43		1. ходова частина; 2. поворотна платформа; 3. стріла; 4. гакова підвіска; 5. вантаж; 6. кабіна; 7. силова установка; 8. кресло з оператором; 9. ДГК поворотної платформи; 10. ДГК гакової підвіски	відсутній	Власні частоти, власні вектори
44			вібратор	АЧХ*, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках
45	11-ти масова	1. ходова частина; 2. поворотна платформа; 3. стріла; 4. гакова підвіска; 5. вантаж; 6. кабіна; 7. силова установка; 8. кресло з оператором; 9. ДГК поворотної платформи; 10. ДГК кабіни; 11. ДГК гакової підвіски	відсутній	Власні частоти, власні вектори
46			вібратор	АЧХ*, переміщення, швидкості, прискорення, зусилля у пружних зв'язках

* АЧХ – амплітудно-частотна характеристика;

** ДГК – динамічний гаситель коливань.

Крім представленої вище математичної моделі (9) для розрахунку амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) механічної системи («крана-вантаж») під дією вимушеної сили вібраційного

технологічного обладнання у сталому режимі роботи, яку легко трансформувати у систему для розрахунку частот власних коливань, розроблені також інші розрахункові схеми і математичні моделі, що описують коливальний процес у перехідних режимах роботи джерел зовнішнього впливу, а саме механізму підіймання вантажу у «режимі підхвату», в перехідних режимах роботи вібратора, а також при сумісній дії віброзанурювача і механізму підіймання в режимі витягання металевого шпунту з ґрунту. Замітимо, що в цьому випадку використовуються динамічні моделі від трьох до 13 мас з врахуванням мас обертових частин механізму підіймання і вібратора.

Висновки:

1. Обґрунтовано і проілюстровано складання структур динамічних та математичних моделей для визначення власних та вимушених коливань структурних елементів динамічних моделей ССК із гнучким підвісом стріли та різним числом мас при відсутності та наявності збуджень різного характеру в часі та інтенсивності.

2. Наведено математичну модель руху 11-ти масової динамічної моделі ССК із гнучким підвісом стріли для наступного складання комп'ютерних програм для визначення чисельних значень параметрів, а саме: власних частот и АЧХ механічної системи, переміщень, прискорень, зусиль у пружних зв'язках при збудженнях на гаку крана.

Список використаної літератури

1. Башенные краны / Л.А Невзоров, А.А. Зарецкий, Л.М. Волин и др. – М.: Машиностроение, 1979. – 292 с.
2. Быстрицкий Я.Е. Исследование вибраций стреловых самоходных монтажных кранов для улучшения условий труда машинистов: Дис. канд. техн. наук. – Киев, 2000. – 193 с.
3. Вайнсон А.А. Подъемно-транспортные машины: Изд. 3-е, пере раб и доп. Учебник для вузов. – М.: Машиностроение, 1989. – 431 с.
4. Грузоподъемные краны: В 2-х кн. Кн. 2. – Сокр. пер. с нем / Пер. М.М. Рунов, В.Н. Федосеев: Под ред. М.П. Александрова. – М.: Машиностроение, 1981. – 287 с. с ил.
5. Грузоподъемные машины. Учеб. пособие для вузов. Под ред. М.П. Александрова. М., «Высшая школа», 1973. – 473 с. с ил.
6. Динамика мостовых кранов / Казак С.А. М.: Машиностроение, 1968. – 332 с.
7. Колесник Н.П., Шевченко А.Ф. Система виброизоляции навесного кранового вибрационного технологического оборудования. // Научно-технический та виробничий журнал «Подъемные сооружения. Специальная техника». – Одесса, 2002. – № 3. – С. 9-10.

8. Колесник Н.П., Шевченко А.Ф. Динамические модели грузоподъемных кранов с навесным вибрационным технологическим оборудованием. // Научно-технический та виробничий журнал «Підйомно-транспортна техніка». – Одеса, 2002. – №1-2. – С. 93-100.

9. Колесник Н.П., Шевченко А.Ф. Исследование системы «кран-виброгруз» с переменной массой на крюке. // Научно-технический та виробничий журнал «Підйомно-транспортна техніка». – Одеса, 2003. – № 2. – С. 19-28.

10. Шевченко А.Ф., Колісник М.П., Червоноштан А.Л. Віброзахист стрілового самохідного крана з вібраційним технологічним обладнанням на гаку. // «Проблеми розвитку дорожнього-транспорту і будівельного комплексів»: Збірник статей і тез між нар. Наук.-практ. конф., 03-05 жовтня 2013 р. – Кіровоград, ПП. «Ексклюзив-Систем», 2013. – С. 148-151.

11. Комаров М.С. Динамика грузоподъемных машин. М.: Госнаучтехиздат, 1962. – 267 с.

12. Михайлов Ю.В. Система виброизоляции вибропогрузателей, работающих со стреловыми самоходными кранами. Автореферат на соискание ученой степени кандидата технических наук. Санкт-Петербург: 1992. – 23 с.

13. Підйомно-транспортні машини: Розрахунки підймальних і транспортувальних машин. Підручник / В.С. Бондарев, О.І. Дубінець, М.П. Колісник та ін.. – К.: Вища шк. 2009. – 744 с.

14. Подоляк О.С. Исследование динамических нагрузок при подъеме груза с жесткого основания автомобильным краном. Восточно-Европейский журнал передовых технологий 1/5 (37) 2009. С. 43–46.

15. Розрахунки будівельних стрілових кранів: навчальний посібник / М.П. Колісник, А.Ф. Шевченко, С.В. Ракша, В.В. Мелашич. – Дніпропетровськ: Пороги. 2015. – 816 с.

16. Шевченко А.Ф., Колесник Н.П., Червоноштан А.Л. Преобразование математической модели механической системы «кран-вибрационное технологическое оборудование» для разработки математической программы расчетов на ЭВМ. // Сборник научных трудов «Строительство, материаловедение, машиностроение». Выпуск 79. Днепропетровск: 2014. – С. 214-224.

17. Федоров В.М. Динамика передвижения строительно-монтажных гусеничных кранов с грузом на крюке: Дис. канд. техн. наук. – Москва, 1976. – 209 с.

18. Бондаренко А.А., Дубінін О.О., Переяславцев О.М. Теоретична механіка: Підручник: У 2 ч. – Ч. 2: Динаміка. – К.: Знання, 2004. – 590 с.

19. Пат. 149886 Україна, МПК Е 02 D 33/00. Стенд для дослідження процесу витягання шпунта із ґрунту / А.Ф. Шевченко,

А.Л. Червоноштан, М.П. Колісник, А.М. Березюк, Г.В. Заяць. – № u202007124; заявл. 06.11.2020; опубл. 15.12.2021, Бюл. № 50.

20. Пат. 148897 Україна, МПК В 66 С 1/34. Гакова віброізолююча підвіска / А.Л. Червоноштан, М.П. Колісник, А.Ф. Шевченко, Г.В. Заяць, М.Д. Власов. – № u202101912; заявл. 12.04.2021; опубл. 29.09.2021, Бюл. № 39.

21. Пат. 142674 Україна, МПК В 66 С 1/34. Гакова віброізолююча підвіска / А.Л. Червоноштан, М.П. Колісник, А.Ф. Шевченко, Г.В. Заяць. № u201911168; заявл. 15.11.2019; опубл. 25.06.2020, Бюл. № 12.

STRUCTURES OF DYNAMIC AND MATHEMATICAL MODELS OF SELF-PROPELLED JIB CRANES UNDER DIFFERENT EXTERNAL DISTURBANCES FOR COMPILING COMPUTERIZED PROGRAMS

Chervonoshtan A. L., Kolisnyk M. P., Shevchenko A. F.

State Higher Education Establishment «Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture»

***Annotation.** In this article the structures of dynamic and mathematical models describing the oscillating process of jib self-propelled cranes (JSC) are considered with flexible boom suspension and different masses, taking into account the various sources of excitation of the system fluctuations from the impact of vibration processing equipment on the hook and the operation of the lifting mechanism, or their joint action, which can happen when performing construction and installation, finishing and ordering works, when performing zero-cycle works, preparatory work for the construction of pits and the supply of various structural elements and materials of facilities under construction or to be rehabilitated and reconstructed after accidental destruction.*

The analysis of literary sources is presented in which the JCS were considered as mechanical systems consisting, for example, of: 2 masses, 3 masses, 7 masses.

The review and analysis of the publications showed that the reliability of the research results significantly depends on the degree of detail of the calculation scheme of the object and the accounting equipment, because it allows us to determine the oscillations of a significant number of systems masses and their influence.

The purpose of the work is to substantiate the structure of systems of dynamic and mathematical models that describe the oscillating process of JCS with a flexible boom suspension, taking into account the various sources of excitation of oscillations: from the impact of vibration technological equipment on the hook and the operation of the lifting

mechanism, or their joint action, and the development of computer software and analysis of the dynamics of changes in the system indicators.

The main material of the research includes the construction of the structures of calculated dynamic and mathematical models describing the oscillating process of the JCS with a flexible boom suspension in the absence of excitations and various external ones, which can be solved and investigated.

The mathematical model of motion of 11 mass dynamic JCS model with a flexible boom suspension is presented for subsequent compilation of computer programs for determination of numerical values of the parameters, namely: natural frequencies and amplitude-frequency characteristics, displacements and accelerations of masses, forces in elastic connections at excitations on crane hook.

Keywords: *dynamic model, mathematical model, mass, load capacity, vibration equipment, self-propelled jib crane, boom.*