

УДК 621.8

DOI: 10.15276/pidtt.1.68.2023.08

Коваленко В. О., Коваленко О. О., Стрижак В. В., Іглін С. П.,
Стрижак М. Г.*Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»*

СИНТЕЗ БАГАТОМАСОВОЇ МОДЕЛІ БАШТОВОГО КРАНУ

Анотація. Стаття присвячена дослідженню динаміки баштового крану з поворотною баштою. Розглядається синтез багатомасової динамічної моделі. Головним завданням дослідження і, відповідно, головним науковим результатом даної публікації є врахування маси приводу як окремого елемента.

Ключові слова. кран, механізм повороту, динаміка

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питанням динаміки кранів присвячено велику кількість публікацій, що своєю чергою свідчить про актуальність досліджень в цьому напрямку. Класичною моделлю для дослідження механізмів повороту і пересування є система «візок (стріла) – вантаж» на гнучкому підвісі. В роботі [1] проведено моделювання динаміки системи «візок-вантаж на гнучкому підвісі» з різними підходами до постановки задачі. Проведено порівняння результатів моделювання руху механічної системи, що описується рівняннями Лагранжа 2-го роду також і з припущенням малих коливань вантажу, традиційних рівнянь системи візок-вантаж із заміною змінних при інтегруванні; традиційних рівнянь, де за переміщення вантажу береться відхилення каната від вертикалі; модифікації систем рівнянь шляхом заміни рівняння руху візка рівняннями руху приводу. Недоліком даного дослідження є те, що розглядається тільки взаємодія візка та вантажу, без урахування динамічних явищ в елементах приводних механізмів та металоконструкції несучих елементів крана.

В статті [2] представлено порівняння теоретичних та експериментальних досліджень повороту крана. Моделювання виконано за допомогою рівнянь Ейлера-Лагранжа, що дало змогу встановити характер маятникових коливань вантажу на етапах їх виникнення і подальшого розвитку.

В статті [3], основна увага при виконанні динамічного аналізу баштового крана приділялася впливу величин вібрацій у системі на його динамічні характеристики під час роботи механізму повороту. В даному дослідженні побудовано декілька спрощених динамічних

моделей, основні параметри яких не враховують дисипативні властивості.

В статтях [4-9], авторами проведено динамічний аналіз механізму повороту стрілового крана. Встановлено рівень динамічних навантажень досліджуваного механізму та зроблено відповідні висновки. Однак в даних працях під час математичного моделювання не була врахована механічна характеристика, яка має суттєвий вплив на початкових етапах руху системи.

В статті [10] проведено динамічний аналіз зміни вильоту вантажу плавучого крана. Для встановлення рівня динамічних навантажень була використана двомасова динамічна модель та рівняння Лагранжа. Однак при побудові динамічної моделі знехтувано дисипативними властивостями системи, які мають вплив на точність отриманого результату.

В статті [11] наведено дослідження перехідного процесу пуску механізму піднімання вантажу із основи стріловим самохідним краном, який обладнано гасителем коливань. Для проведення досліджень використана фізична модель гусеничного крана КГ-25. Результати експериментальних даних підтверджують теоретичні висновки, розбіжність між якими становить від 6 до 15 %.

В статті [12] досліджено динамічні та кінематичні навантаження стрілового крана при підніманні вантажу. Для побудови математичної, було використано рівняння Лагранжа другого роду. Однак, дисипативні сили також не враховуються.

В статті [13] представлено нелінійну модель візка крана. Рівняння складені в незалежних узагальнених координатах: рух візка та кут відхилення вантажу. Керуючим параметром є рушійне зусилля, яке прикладається через канат тягової лебідки.

В статті [14] на основі рівнянь Лагранжа отримано математичну модель маятника зі змінною довжиною підвісу вантажу з метою моделювання одночасного підйому та горизонтального переміщення. Якщо маса підвішеного вантажу сильно розподілена за висотою, розглядається модель візка з подвійним маятником [15].

Відомі моделі, в яких враховуються геометричні особливості точки підвісу вантажу та траєкторії її руху. Заслуговує на увагу модель транспортування довгомірного вантажу двома мостовими кранами, що знаходяться на різних рівнях по висоті та працюють спільно [16].

В статті [17] на основі лінеаризованих рівнянь Лагранжа отримано модель, що описує коливання сферичного маятника.

Таким чином можна зробити висновок, що динаміка баштових кранів є добре висвітленою темою в публікаціях. Розроблені моделі, які дають можливість описати розгойдування вантажу при обертальному русі, а також керувати цим розгойдуванням і в кінцевому рахунку

демпфірувати його. Однак питання впливу приводів і їх фактичних механічних характеристик потребує подальшого вивчення.

Мета і задачі досліджень. Метою дослідження є отримання багатомасової динамічної моделі баштового крану з поворотною баштою, що дозволяє враховувати привід як окрему масу.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні завдання:

- 1) провести аналіз конструкції баштового крану з поворотною баштою, визначити складові елементи;
- 2) скласти розрахункову схему, де окремою масою буде врахований привід механізму повороту;
- 3) за допомогою рівнянь Лагранжа отримати систему рівнянь, що описує рух розглядуваного баштового крану.

Виклад основного матеріалу.

Для отримання системи рівнянь, що описують поворотний рух баштового крану необхідно скласти розрахункову схему. До основних конструктивних елементів досліджуваного крану можна віднести: опорно поворотний пристрій, башту, стрілу та поліспапну систему механізму піднімання з підвішеним вантажем. Окремим елементом врахуємо інерційні характеристики приводного двигуна і його динамічні характеристики. Всі елементи пов'язуємо пружними зв'язками, що допоможе більш точно врахувати коливальні процеси та встановити кути закручування конструкції. Такий підхід дозволяє дослідити характер зміни силових факторів в металоконструкції. Розрахункова схема показана на рис 1.

Побудову математичної моделі почнемо з запису рівнянь Лагранжа другого роду. Кінетична енергія для перших чотирьох ступенів волі записується в вигляді:

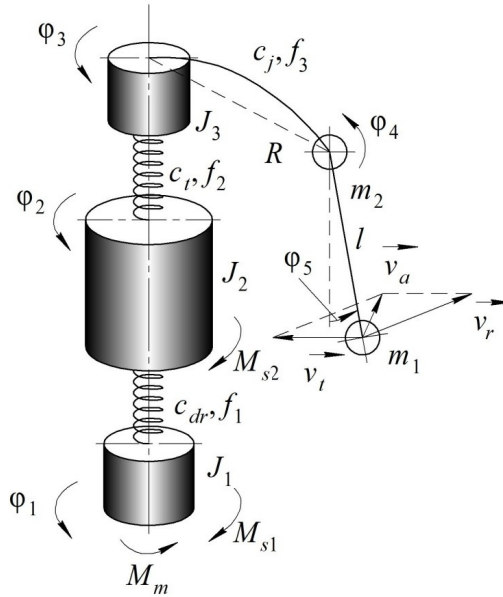
$$T_K = \frac{J_K \cdot \dot{\phi}_K^2}{2}; (K = 1, 4) \quad (1)$$

де $J_4 = m_2 \cdot R^2$. Для п'ятого ступеня волі вона має вигляд:

$$T_5 = \frac{m_1 \cdot V_a^2}{2}. \quad (2)$$

Відносна та переносна швидкості пов'язані з кутовими швидкостями співвідношеннями: $v_t = \phi_3 R$; $v_r = \phi_5 l$. Звідси вираз для квадрату абсолютної швидкості приймає вигляд:

$$\begin{aligned}
 V_a^2 &= V_t^2 + V_r^2 + 2 \cdot V_t \cdot V_r \cdot \cos(180^\circ - \varphi_5) = \\
 &= \dot{\varphi}_3^2 \cdot R^2 + \dot{\varphi}_5^2 \cdot l^2 + 2 \cdot R \cdot l \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \dot{\varphi}_5 \cdot \cos(180^\circ - \varphi_5) = \\
 &= \dot{\varphi}_3^2 \cdot R^2 + \dot{\varphi}_5^2 \cdot l^2 - 2 \cdot R \cdot l \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \dot{\varphi}_5 \cdot \cos(\varphi_5);
 \end{aligned}
 \tag{3}$$



- $\varphi_1 - \varphi_5$ — кути обертання (ступені волі);
- m_1, m_2 — маса вантажу та приведена маса стріли;
- $J_1 - J_3$ — моменти інерції частин крану;
- c_{dr}, c_t, c_j — жорсткості приводу, башти та стріли;
- f_1, f_2, f_3 — коефіцієнти демпфірування приводу, башти та стріли;
- R — виліт стріли;
- l — довжина підвісу вантажу;
- v_a, v_r, v_t — абсолютна, відносна та переносна швидкості вантажу відповідно;
- M_m — крутний момент двигуна;
- M_{s1}, M_{s2} — момент опору.

Рис. 1. П'ятимасова динамічна модель баштового крана

Тоді вираз для кінетичної енергії для п'ятого ступеня волі виглядатиме так:

$$T_5 = \frac{m_1 \cdot V_a^2}{2} = \frac{m_1 \cdot \left[\dot{\varphi}_3^2 \cdot R^2 + \dot{\varphi}_5^2 \cdot l^2 - 2 \cdot R \cdot l \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \dot{\varphi}_5 \cdot \cos(\varphi_5) \right]}{2}, \tag{4}$$

а загальна кінетична енергія всієї системи:

$$T_5 = \frac{1}{2} \cdot \left(J_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + J_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2 + J_3 \cdot \dot{\varphi}_3^2 + J_4 \cdot \dot{\varphi}_4^2 + \right. \\ \left. + m_1 \cdot \left[\dot{\varphi}_3^2 \cdot R^2 + \dot{\varphi}_5^2 \cdot l^2 - 2 \cdot R \cdot l \cdot \dot{\varphi}_3 \cdot \dot{\varphi}_5 \cdot \cos(\varphi_5) \right] \right), \quad (5)$$

Тут $g = 9,81 \text{ м/с}^2$. Потенціальна енергія системи:

$$V = -m_1 \cdot g \cdot l \cdot \cos(\varphi_5) + \frac{c_{dr}}{2} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)^2 + \frac{c_l}{2} \cdot (\varphi_3 - \varphi_2)^2 + \frac{c_j}{2} \cdot (\varphi_4 - \varphi_3)^2; \quad (6)$$

Функція Релея розсіювання енергії:

$$F = \frac{f_1}{2} \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1)^2 + \frac{f_2}{2} \cdot (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2)^2 + \frac{f_3}{2} \cdot (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_3)^2; \quad (7)$$

Рівняння Лагранжа другого роду для розглядуваної механічної системи мають вигляд:

$$\frac{d}{dt} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_K} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_K} = Q_{\varphi_K}, \quad (K = 1, 5) \quad (8)$$

де узагальнені вузлові зусилля структуру описуються виразами:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{\varphi 1} = -\frac{\partial V}{\partial \varphi_1} - \frac{\partial F}{\partial \dot{\varphi}_1} + M_m - M_{s1}; \\ Q_{\varphi 2} = -\frac{\partial V}{\partial \varphi_2} - \frac{\partial F}{\partial \dot{\varphi}_2} - M_{s2}; \\ Q_{\varphi 3} = -\frac{\partial V}{\partial \varphi_3} - \frac{\partial F}{\partial \dot{\varphi}_3}; \\ Q_{\varphi 4} = -\frac{\partial V}{\partial \varphi_4} - \frac{\partial F}{\partial \dot{\varphi}_4}; \\ Q_{\varphi 5} = -\frac{\partial V}{\partial \varphi_5}. \end{array} \right. \quad (9)$$

та можуть бути представлені у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{\varphi_1} = c_{dr} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) - f_1 \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + M_m - M_{s1}; \\ Q_{\varphi_2} = -c_{dr} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) + c_t \cdot (\varphi_3 - \varphi_2) - f_1 \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + \\ \quad + f_2 \cdot (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2) - M_{s2}; \\ Q_{\varphi_3} = -c_t \cdot (\varphi_3 - \varphi_2) + c_j \cdot (\varphi_4 - \varphi_3) - f_2 \cdot (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2) + \\ \quad + f_3 \cdot (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_3); \\ Q_{\varphi_4} = -c_j \cdot (\varphi_4 - \varphi_3) - f_3 \cdot (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_3); \\ Q_{\varphi_5} = -m_1 \cdot g \cdot l \cdot \sin(\varphi_5). \end{array} \right. \quad (10)$$

Після обчислення частинних похідних від T за $\dot{\varphi}_k$ та φ_k , а потім повних похідних за часом з урахуванням (10) рівняння (8) набувають такого вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 = f_1 \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + c_{dr} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) + M_m - M_{s1}; \\ J_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 = -f_1 \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + f_2 \cdot (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2) - c_{dr} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) + \\ \quad + c_t \cdot (\varphi_3 - \varphi_2) - M_{s2}; \\ J_3^* \cdot \ddot{\varphi}_3 + m_1 \cdot [R \cdot l \cdot \sin(\varphi_5) \dot{\varphi}_5^2 - R \cdot l \cdot \cos(\varphi_5) \ddot{\varphi}_5] = -f_2 \cdot (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2) + \\ \quad + f_3 \cdot (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_3) - c_t \cdot (\varphi_3 - \varphi_2) + c_j \cdot (\varphi_4 - \varphi_3); \\ J_4 \cdot \ddot{\varphi}_4 = -f_3 \cdot (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_3) - c_j \cdot (\varphi_4 - \varphi_3); \\ J_5 \cdot \ddot{\varphi}_5 - m_1 \cdot R \cdot l \cdot \cos(\varphi_5) \ddot{\varphi}_3 = -m_1 \cdot g \cdot l \cdot \sin(\varphi_5). \end{array} \right. \quad (12)$$

де $J_3^* = J_3 + m_1 \cdot R^2$, $J_5 = m_1 \cdot l^2$.

Таким чином отримана система рівнянь, що описує рух баштового крану з поворотною баштою при роботі механізму повороту. Подальшим напрямком досліджень можна вважати перевірку даної моделі розрахунковим шляхом за параметрами реального крана і приводу, який забезпечує його рух при різних законах зміни швидкості та порівняння розрахованих характеристик з даними експерименту або чисельного розрахунку методом кінцевих елементів.

Висновки. В статті проведено огляд сучасного стану питання дослідження динаміки баштових кранів. Розглянуті публікації, що висвітлюють як дослідження безпосередньо динаміки, так і пов'язані з питаннями розгойдування і траєкторії руху вантажу на гнучкому

підвісі. Виявлено, що недостатньо дослідженим залишається питання врахування фактичних характеристик привода в багатомасових системах.

Для досягнення цієї мети отримано багатомасову динамічну модель баштового крану з поворотною баштою, що дозволяє враховувати привід механізму повороту як окрему масу. При записі системи рівнянь, що описують дану систему використані рівняння Лагранжа 2-го роду. Отримана математична модель враховує інерційні характеристики (моменти інерції, приведені маси), пружні та демпфірувальні характеристики конструкції. Враховується складний рух вантажу в обох площинах. Отримана система дозволяє досліджувати рух елементів конструкції крану і встановити характер зміни динамічних навантажень в пружних ланках механізму повороту і металоконструкції крану за різних законів керування.

Напрямок подальших досліджень може бути встановлення параметрів реального крану і порівняння отриманих результатів розрахунку з даними експерименту або чисельного розрахунку методом кінцевих елементів.

Список використаних джерел

1. Grigorov, O., Druzhynin, E., Anishchenko, G., Strizhak, M., & Strizhak, V. (2018). Analysis of various approaches to modeling of dynamics of lifting-transport vehicles. *International Journal of Engineering and Technology(UAE)*, 7(4). <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i4.3.19553>
2. Doçi I., Shpetim L. Rotational motion of tower crane – dynamic analysis and regulation using schematic modeling. *International scientific journal "Mathematical modeling"*, 2018, Issue 1, P. 21-25.
3. Kun Li, Manlan Liu, Zuqing Yu, Peng Lan, Nianli Lu. Multibody system dynamic analysis and payload swing control of tower crane. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics* Vol. 236. Issue 3. 2022. Pp. 407-421.
4. Loveykin V. S., Pylypaka S. F., Kadikalo I. O. Dynamic analysis of the turning mechanism of a jib crane. *Scientific Bulletin of the National University of Bioresources and Nature Management of Ukraine. Series: Technology and energy of agricultural industry*. Kyiv, 2017. Vol. 258. P. 192–202.
5. Loveykin V. S., Chovnyuk Yu. V., Dikteruk M. G., Kadykalo I. O. Conceptual foundations of dynamic analysis. *Mining, construction, road and reclamation*. Kyiv, 2017. Vol. No. 90. P. 19-23.
6. Loveykin V. S., Chovnyuk Yu. V., Kadykalo I. O., Dikteruk M. G. The use of solutions of "Cambridge problems" on the movement of chains (A. Keli and G. Bukua) in the analysis of vibrations of hoisting ropes

- cranes when lifting cargo "with pick-up". Bulletin of the Sumy National Agrarian University. Series: "Mechanization and automation of production processes." Vol. 10/3 (31). 2016. P. 181-187.
7. Loveikin, V. S., Loveikin, Ju. V., Kadykalo, I. O. Analysis of Modes of Motion of Rotation Mechanism of Jib Crane. TEKA. An International Quarterly Journal on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering. Lublin-Rzeszow, 2018. Vol. 18. No 1. P. 15-25.
 8. Loveykin V. S., Romasevich Yu. O., Stekhno O. V. Mathematical modeling of the dynamics of the movement of the mechanism for changing the departure of the load of a tower crane. Scientific Bulletin of the National University of Bioresources and Nature Management of Ukraine. Series: agricultural machinery and energy. Kyiv. 2017. Issue 258. P. 359–369.
 9. Loveykin V.S., Romasevich Yu.O., Stechno O.V. Analysis of the dynamics of changes in the departure of the load of the tower crane. Scientific Bulletin of the National University of Bioresources and Nature Management of Ukraine. Series: agricultural machinery and energy. Kyiv, 2018. Issue 282. P. 74-87.
 10. Fang Y., Wang P., Sun N., Zhang Y. Dynamics analysis and nonlinear control of an offshore boom crane. IEEE Trans. Ind. Electron. 2014. Vol. 61. №. 1. Pp. 414-427.
 11. Podolyak O.S., Nazarkin O.A., Smolyakov S.L. Study of dynamic loads of elements of the jib system of self-propelled cranes using a physical model. Engineering. Collection of scientific works. Kharkiv. Ukrainian Engineering and Pedagogical Academy (UIPA). 2014. Issue 14. P. 76-80.
 12. Doçi I., Hamidi B., Shpetim L. Dynamic analysis and control of jib crane in case of jib luffing motion using modelling and simulations. IFAC-PapersOnLine Vol. 49-29. 2016. Pp. 163-168.
 13. Cakan A., Umit O. Position regulation and sway control of a nonlinear gantry crane system. International journal of scientific & technology research. 2016 Vol. 5 (11). P. 121-124.
 14. Arabasi S., Masoud Z. Simultaneous travel and hoist maneuver input shaping control using frequency modulation. Hindawi Shock and Vibration. 2016. Vol. 10 (3). P. 179-188.
 15. O'Connor W., Habibi H. Gantry crane control of a double-pendulum, distributed-mass load, using mechanical wave concepts. Mechanical Sciences. 2013. Vol. 4. P. 251-261.
 16. Perig A. V., Stadnik A. N., Kostikov A. A. Research into 2D dynamics and control of small oscillations of a cross-beam during transportation by two overhead cranes and all. Hindawi Shock and Vibration. 2017. Vol. 12 (1). – P. 1-21.

17. Perig A. V., Stadnik A. N., Deriglazov A. I. Spherical pendulum small oscillations for slewing crane motion. *Hindawi Shock and Vibration*. 2014. Vol. 2. P. 24-31.

SYNTHESIS OF MULTIMASS MODEL OF TOWER CRANE

Valentyn Kovalenko, Oleg Kovalenko, Vsevolod Stryzhak, Sergii Iglin, Mariana Stryzhak
National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"

Abstract. *A literature review was conducted, and it was established that a large number of works were devoted to the issue of crane dynamics, which in turn testifies to the relevance of studying this issue. The classic model for studying turning mechanisms based on the "boom-load" system on a flexible suspension does not fully reflect complex oscillatory processes and does not take into account the dynamic characteristics of the drive. The research is aimed at obtaining a multi-mass dynamic model of a tower crane with a rotating tower, which allows considering the drive as a separate mass. For this purpose, an analysis of the structure of a tower crane with a rotating tower was carried out, its constituent elements were determined, a calculation scheme was drawn up, where the drive of the turning mechanism is taken into account as a separate mass, a system of equations describing the movement of the considered mechanical system was obtained with the help of Lagrange equations.*

The main structural elements of the crane under study include: a supporting rotary device, a tower, a jib and a multi-splash system of a lifting mechanism with a suspended load. The drive and its dynamic characteristics are taken into account as a separate element. The further direction of research can be considered the verification of this model by calculation according to the parameters of a real crane and the comparison of the calculation results with the experimental data.

Keywords: *crane, rotation mechanism, dynamics*