

УДК 621.873

DOI: 10.15276/pidtt.2.70.2025.01

Ловеїкін В. С., Ромасевич Ю. О., Стехно О. В.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ЗА ШВИДКОДІЄЮ РЕЖИМУ РУХУ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ «КРАН-ВАНТАЖ» МЕХАНІЗМУ ПОВОРОТУ БАШТОВОГО КРАНА У ВИГЛЯДІ ЗВОРОТНОГО ЗВ'ЯЗКУ

Анотація. У статті вирішена науково-прикладна задача, яка дозволяє підвищити ефективність експлуатації динамічної системи «кран вантаж» механізму повороту баштового крана навіть при дії на вантаж зовнішніх стохастичних збурень (вітрових поривів). Для проведення досліджень використано існуючу математичну модель руху динамічної системи «візок-вантаж», яку за результатами математичних перетворень спрощено до системи трьох диференціальних лінійних рівнянь.

В поставленій задачі оптимального керування використано несиметричні обмеження на оптимальне керування, а саму задачу зведено до задачі безумовної мінімізації інтегрально-термінального критерію. Оскільки розв'язок задачі відшукувався у вигляді зворотного зв'язку, то було побудовано функцію керування, яка складається із вектор функції фазових координат системи та векторів параметрів $K_1...K_4$. Загальний розв'язок оптимізаційної задачі полягав у знаходженні значень тривалості розгону T та компонентів $K_1...K_4$. Для розв'язку задачі використано модифікований метод оптимізації RING-ROT-PSO.

У результаті розв'язку оптимізаційної задачі отримано режим руху динамічної системи «кран-вантаж» механізму повороту, який усуває коливання вантажу протягом розгону до усталеної швидкості навіть при дії на систему зовнішніх стохастичних збурень. За результатами розв'язку побудовано відповідні графічні залежності, що характеризують кінематичні, динамічні та енергетичні характеристики і проведено їх аналіз.

Ключові слова: баштовий кран, динамічна система, механізм повороту, вантаж, швидкодія, RING-ROT-PSO.

Постановка проблеми. Однією із ключових проблем, яка не дозволяє здійснювати ефективну експлуатацію динамічної системи «кран-вантаж» механізму повороту баштового крана при відбудові (зведенні) будівельних споруд є вітрові навантаження. Особливо

актуальною стає дана проблема у тих випадках, коли висота експлуатації динамічної системи становить 100 – 150 метрів. У таких випадках на закріплений на гнучкому підвісі вантаж діють значні пориви вітру, що призводить до його розгойдування.

Для здійснення ефективної експлуатації динамічної системи «кран-вантаж» необхідно визначити такий режим її пуску, який буде стійким до зовнішніх стохастичних збурень (вітрових навантажень).

Аналіз публікацій по темі досліджень. Дослідженням питань підвищення продуктивності та мінімізації коливань вантажу на гнучкому підвісі присвячено багато праць. Зокрема, в статті [1] авторами досліджено оптимальне за швидкодією керування механізмом повороту баштового крану. Отримано розв'язок системи диференціальних рівнянь та обрано фазові координати, за якими досліджується рух механічної системи у часі. За допомогою принципу максимуму обґрунтовано закони зміни параметру керування, який враховує крутний момент двигуна та оптимальний за швидкодією закон руху досліджуваного механізму. Для крана на колоні вантажопідйомністю 5 т розраховано фазові траєкторії і побудовано графіки зміни динамічних характеристик оптимального за швидкодією руху механізму повороту.

У праці [2] дослідники виконали онлайн-планування траєкторії руху поворотної кранової системи під час режиму коливання вантажу. Коливання вантажу представлене моделлю у вигляді подвійного математичного маятника. Даний метод дозволяє мінімізувати коливання вантажу на гнучкому підвісі та є стійким до змін параметрів досліджуваної системи. В статті [3] запропоновано мінімізувати амплітуду коливань вантажу на гнучкому підвісі за рахунок регулювання кута повороту вантажу баштового крана. У статті проведено синтез керування у вигляді зворотнього зв'язку і програмного керування. В праці [4] основна увага приділяється розв'язку задачі оптимального за швидкодією керування баштовим краном. Баштовий кран описується математичною моделлю з чотирма ступенями вільності. Доцільність оптимального керування перевірено за допомогою експериментальних досліджень, де незалежними факторами виступали виліт стріли, маса вантажу та довжина гнучкого підвісу. У статті [5] представлено розв'язок оптимізаційної задачі, який дозволив мінімізувати кінетичну енергію руху вантажу та кінцевий час розгону обертової системи «кран-візок-вантаж». В праці [6] дослідниками запропоновано покращити роботу кранівника стрілового крана за допомогою системи керування коливаннями вантажу на гнучкому підвісі. Основу системи складає визначення кута відхилення від вертикалі підвісу вантажу за допомогою нижнього блоку гакової підвіски. При цьому до нижнього блоку під'єднано інерційний вимірювальний блок із відповідним апаратним забезпеченням. Таким чином здійснюється практична реалізація активного керування

вантажем. У статті [7] дослідниками запропоновано керувати механізмом повороту вантажу баштового крана за допомогою штучної нейронної мережі. Мінімізація коливань вантажу на гнучкому підвісі відбувається за рахунок генерації ефективних вихідних даних. Методологія дозволяє передбачити та налаштувати оптимальні параметри керування на основі довжини гнучкого підвісу вантажу.

В роботі [8] для кожного із механізмів баштового крана у вигляді відповідних квадратичних функцій отримані критерії оптимізації. Для критеріїв оптимізації розроблений відповідний алгоритм мінімізації, а також встановлені оптимальні значення параметрів, які дозволяють зменшувати навантаження на металоконструкцію і механізми крана. Авторами статті [9] запропонована нова без модельна робастна система керування, що мінімізує кут відхилення від вертикалі гнучкого підвісу вантажу у плоских кранових системах під час технологічного процесу підйом-опускання. В статті [10] дослідниками запропоновано оптимальне керування баштовим краном. Розроблено відповідний підхід із декількома часовими проміжками, на кожному з яких відбувається лінеаризація нелінійної моделі поблизу робочої точки, яка є тимчасовою. Потім на основі рівняння Ріккарті будувався регулятор руху системи.

Проведений аналіз показує, що питанням розв'язку оптимізаційних задач, які дозволяють підвищувати продуктивність роботи стрілових кранів, мінімізувати відхилення від вертикалі на гнучкому підвісі вантажу, приділена значна увага. Проте розв'язкам задач оптимального за швидкодією керування динамічними системами «кран-вантаж» механізму повороту баштових кранів, які були б стійкими до зовнішніх стохастичних збурень (вітрових поривів), приділено не достатньо уваги.

Мета даного дослідження

Мета даного дослідження полягає у визначенні оптимального за швидкодією режиму руху динамічної системи «кран-вантаж» механізму повороту баштового крана, який буде стійким до зовнішніх стохастичних збурень (вітрових поривів). Для досягнення мети необхідно виконати наступні завдання: 1) здійснити постановку задачі оптимального керування; 2) виконати розв'язок задачі оптимального керування; 3) провести аналіз отриманих результатів.

Виклад основного матеріалу.

Для виконання досліджень використаємо існуючу математичну модель руху у часі динамічної системи «кран-вантаж» механізму повороту [11]:

$$\begin{cases} J_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + m \cdot R^2 \cdot \frac{g}{L} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = M - M_o \cdot \text{sign}(\dot{\varphi}_1); \\ \ddot{\varphi}_2 = \frac{g}{L} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2), \end{cases} \quad (1)$$

де J_1 – зведений до осі повороту баштового крана момент інерції елементів приводу, башти та стріли; m – маса закріпленого на гнучкому підвісі вантажу; L та R – відповідно довжини гнучкого підвісу та вільоту вантажу; g – пришвидження вільного падіння; M і M_O – зведені до осі повороту крана рушійний момент приводу електродвигуна і момент сил статичного опору повороту відповідно [11].

Для спрощення системи диференціальних рівнянь (1) введемо наступні заміни: $\Omega^2 = \frac{m \cdot R^2}{J_1} \cdot \frac{g}{L}$ та $U = \frac{M - M_O}{J_1}$, попередньо поділивши ліву та праву частини першого рівняння системи (1) на J_1 . Величина Ω означає період власних коливань маятника із рухомою точкою підвісу, який визначається за наступним виразом [12, 13]:

$$\Omega = \sqrt{\frac{m \cdot R^2}{J_1} \cdot \frac{g}{L}}. \quad (2)$$

Із виразу (2) можемо визначити період власних коливань маятника при нерухомій точці підвісу, при цьому поклавши $J_1 \rightarrow \infty$. Даний вираз визначається наступним чином [12, 13]:

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}. \quad (3)$$

Введемо наступне позначення $y_1 = \dot{\phi}_2$. Після виконання відповідних перетворень запишемо диференціальні рівняння (1) руху у наступній формі [12, 13]:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2; \\ \dot{y}_2 = y_3; \\ \dot{y}_3 = U \cdot \Omega_0^2 - y_2 \cdot \tilde{\Omega}, \end{cases} \quad (4)$$

де вираз $\tilde{\Omega}$ у рівняннях (4) являє собою суму $\Omega_0^2 + \Omega^2$.

Початкові та кінцеві умови руху динамічної системи «кран-вантаж» мають наступний вигляд [12, 13]:

$$\begin{cases} y_1(0) = y_2(0) = y_3(0) = 0; \\ y_1(T) = \omega_T; y_2(T) = y_3(T) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

де ω_T – усталена кутова швидкість повороту системи; T – тривалість розгону системи до усталеної швидкості повороту. Початкові

умови руху (5) відповідають стану спокою системи. Кінцеві умови (5) відповідають руху системи на усталеній швидкості при відсутніх маятникових коливаннях вантажу у момент часу T [13].

У якості оптимізаційного критерію, який необхідно мінімізувати, використаємо інтегральний функціонал, який характеризує тривалість розгону системи до усталеної швидкості повороту [12, 13]:

$$\int_0^T dt = T \rightarrow \min. \quad (6)$$

Мінімізація величини T забезпечує підвищення продуктивності експлуатації баштового крана за рахунок зменшення тривалості виходу на усталену швидкість динамічної системи «кран-вантаж» механізму повороту.

Для врахування перевантажувальної здатності приводу динамічної системи оптимальне керування U повинно відповідати наступним умовам [12, 13]:

$$\begin{aligned} U_{MIN} &\leq U \leq U_{MAX}; \\ U_{MAX} &= \frac{M_{MAX} - M_O}{J_1}; \\ U_{MIN} &= \frac{-M_O}{J_1}, \end{aligned} \quad (7)$$

де U_{MAX} та U_{MIN} – нижня та верхня межі області зміни керування U ; M_{MAX} – максимальний обертовий момент, що діє на елемент із зведеним моментом інерції J_1 . Значення U_{MIN} відповідає роботі системи при вимкненому електродвигуні (рух відбувається виключно при дії моменту сили статичного опору M_O). Необхідність застосування подібного роду обмеження на оптимальне керування U , безпосередньо пов'язана із обмеженням обертового моменту приводу досліджуваної динамічної системи.

Тривалість розгону системи T знаходиться з розв'язку задачі оптимального керування (4), (5) і (7). Для розв'язку вказаної задачі необхідно сформулювати загальну форму розв'язку. Оскільки виконується розв'язок задачі оптимального керування у вигляді зворотнього зв'язку, то функцію керування U буде зручно представити у наступному вигляді [13]:

$$U = f(y, K), \quad (8)$$

де y – вектор-функція фазових координат системи $y=(y_1, y_2, y_3)^T$; K – вектор деяких параметрів системи.

Оскільки оптимальне керування знаходиться у межах від U_{MAX} до U_{MIN} , то можна задати функцію U у вигляді (8). У такому випадку виконаємо припущення, що оптимальне керування U описується за наступною залежністю [13]:

$$U = \begin{cases} U_{MAX}, & \text{якщо } \sum_{i=1}^3 K_i \cdot y_i > 0; \\ U_{MIN}, & \text{якщо } \sum_{i=1}^3 K_i \cdot y_i \leq 0, \end{cases} \quad (9)$$

де K_i – i -й елемент вектора K .

У такому випадку, задача оптимального керування (4)-(8) зводиться до знаходження вектора K та величини T . Розрахунки виконувалися за параметрами системи, які зведено до таблиці 1.

Таблиця 1. – Основні значення параметрів динамічної системи «кран-вантаж» механізму повороту

Найменування параметру	Розмірність	Умовне позначення	Величина
Максимальний крутний момент	Нм	M_{MAX}	$1,29 \cdot 10^5$
Зведений момент сил статичного опору	Нм	M_O	$1,26 \cdot 10^4$
Зведений момент інерції	кг · м ²	J_I	$1,50 \cdot 10^6$
Зведена маса вантажу	кг	m	$5,00 \cdot 10^2$
Довжина гнучкого підвісу вантажу	м	L	$5,00 \cdot 10^0$
Довжина вильоту вантажу	м	R	$3,00 \cdot 10^1$
Усталена кутова швидкість повороту	рад/с	ω_T	$8,90 \cdot 10^{-2}$

Для забезпечення кінцевих крайових умов (5) руху під час перехідного режиму пуску досліджуваної системи, розроблено відповідний термінальний критерій [12, 13]:

$$TER = \|\Delta\|_2 = \sqrt{(y_1(T) - \omega_T)^2 + y_2(T)^2 \cdot \Omega^{-2} + y_3(T)^2 \cdot \Omega^{-4}}, \quad (10)$$

де Δ_2 – вектор відхилення фазових координат від їх кінцевих (бажаних) значень (5). У такому випадку, комплексний критерій мінімізації має наступний вигляд [12, 13]:

$$Cr = T + TER \cdot \psi \rightarrow \min, \quad (11)$$

тут ψ – ваговий коефіцієнт, який ілюструє необхідність забезпечення кінцевих умов руху (11), а також зводить розмірність критерію TER до розмірності T . У представлених розрахунках значення вагового коефіцієнту становить $\psi=10^6 \cdot \omega_T^{-1}$.

Мінімізація комплексного оптимізаційного критерію (11) зводиться до знаходження величин тривалості розгону досліджуваної динамічної системи T та компонентів вектору K . Для визначення оптимального керування динамічною системою використаємо метод оптимізації RING-ROT-PSO [14]. Величини та діапазон величин, при яких здійснювався розв’язок оптимізаційної задачі (11), наведено у таблиці 2.

Таблиця 2. – Основні параметри методу оптимізації RING-ROT-PSO

Параметр	Позначення	Розмірність	Величина
Загальна кількість частинок в рої	-	шт	50
Загальна кількість ітерацій	-	шт	100
Діапазон тривалості розгону системи	T	с	від 2 до 10
Діапазон величин компонентів вектора	K_1, K_2, K_4	-	від -5 до 5
	K_3	-	від -50 до 5

В результаті застосування методу оптимізації RING-ROT-PSO [14], отримано величини наступних компонентів вектора K_1, K_2, K_3, K_4 та тривалість розгону системи T до усталеної швидкості ω_T (таблиця 3).

Таблиця 3. – Значення параметрів K_i та тривалість розгону системи

Параметри	K_1	K_2	K_3	K_4	$T, \text{с}$
Величина	2,166	-1,888	-48,61	-0,679	2,7

Для змістовної оцінки отриманого результату наведемо некласичний фазовий портрет руху досліджуваної динамічної системи (рис. 1).

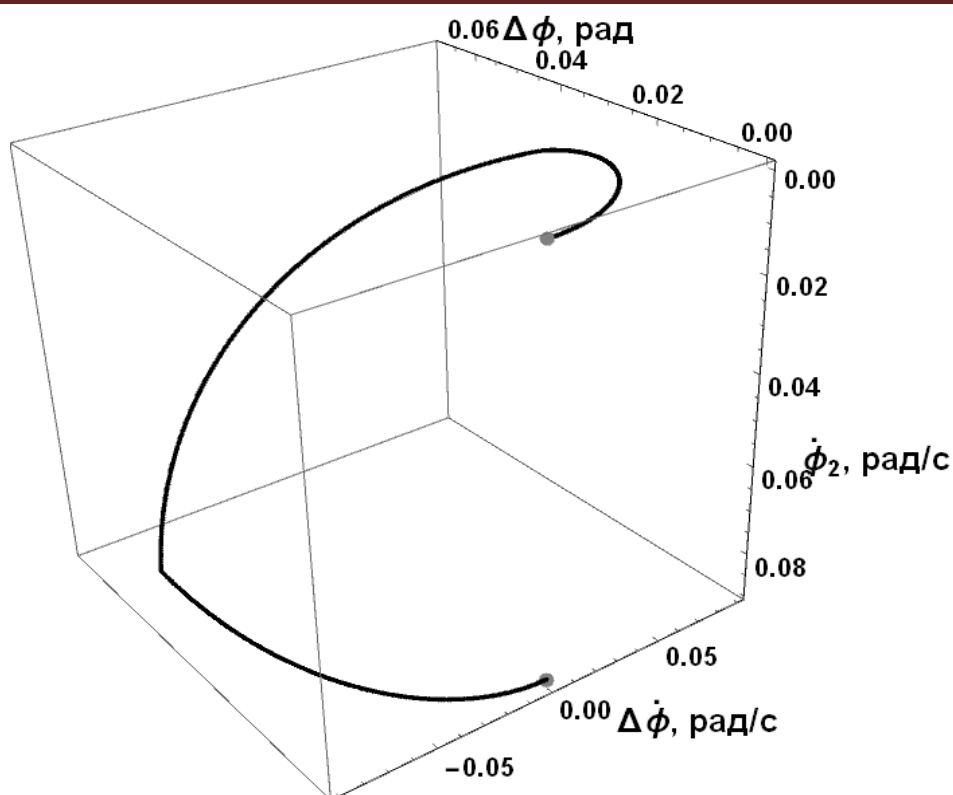


Рисунок 1. Некласичний фазовий портрет руху досліджуваної динамічної системи в координатах «відхилення гнучкого підвісу вантажу від вертикалі – швидкість відхилення гнучкого підвісу вантажу від вертикалі – швидкість вантажу»

На рис. 1, крива чорного кольору знайдена за результатом розв’язку задачі оптимального керування, крапки сірого кольору означають початковий та кінцевий стан системи. Як видно з рис. 1, кінцеве положення кривої чорного кольору співпадає з кінцевими крайовими умовами руху (5). Це дозволяє здійснювати подальший усталений рух системи без коливань вантажу.

Окрім того, представимо графічну залежність кутової швидкості розгону системи до величини ω_T та функцію керування U (рис. 2).

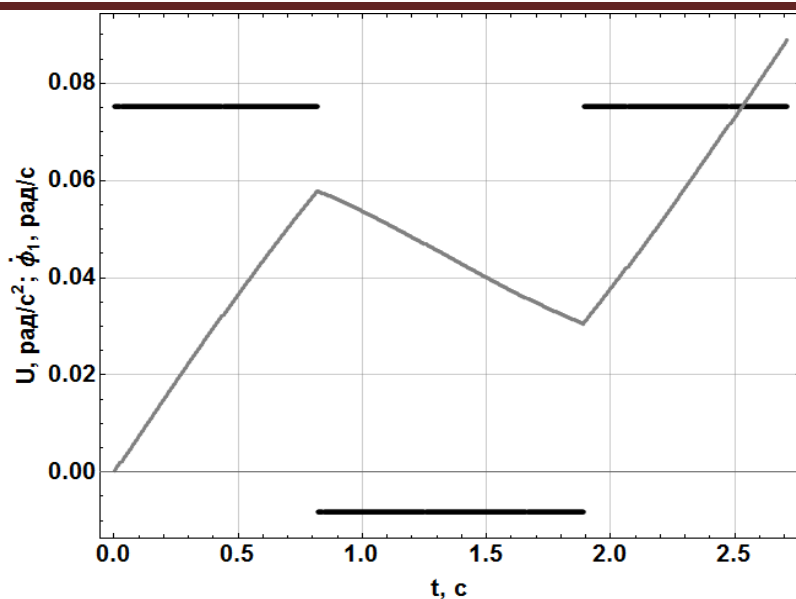


Рисунок 2. Графічні залежності зміни функції керування (чорна крива) та кутової швидкості повороту вантажу (сіра крива) баштового крана

Із графічної залежності на рис. 2, видно, що величина кутової швидкості повороту закріпленого на гнучкому підвісі вантажу у кінці розгону дорівнює табличному значенню (Таблиця 1). Також, представлено графічні залежності зміни обертового моменту та потужності, яка споживається приводом досліджуваної системи (рис. 3).

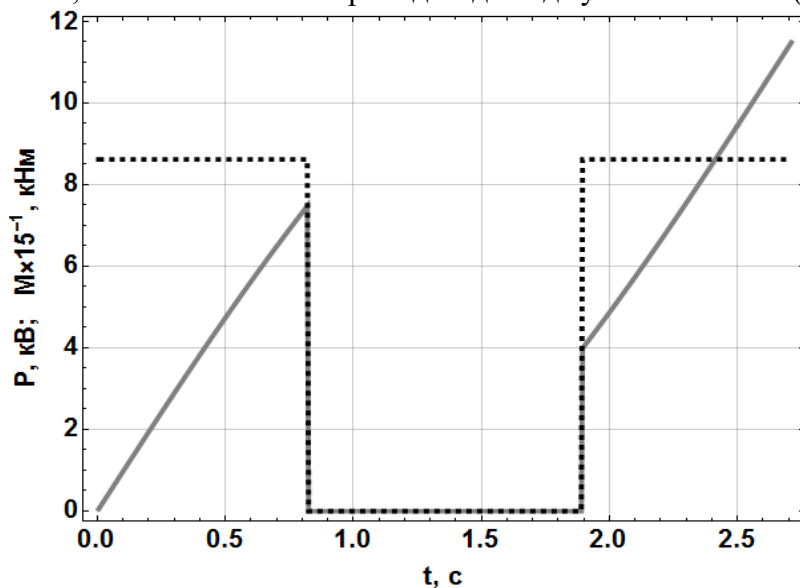


Рисунок 3. Графічні залежності функцій потужності (сіра крива) та обертового моменту (чорна крива) у приводі системи

Аналізуючи графічну залежність (рис. 3), можна відмітити два пікових значення потужності, одне з яких відбувається на 0,8 секунді пуску системи і сягає 7,5 кВт, а друге на 1,9 секунді та становить 11,5 кВт. Наведені значення потужностей відповідно у 1,5 та 2,3 рази перевищують номінальне значення потужності, проте дане перевантаження не суттєво впливає на роботу приводу досліджуваної системи, оскільки триває незначні проміжки часу. Аналогічна ситуація відбувається із обертовим моментом у приводі системи, максимальний показник якого становить 135 кН·м.

Висновки

Виконано розв'язок задачі оптимального за швидкістю керування динамічною системою «кран-вантаж» механізму повороту баштового крана, який дозволяє усувати коливання вантажу на гнучкому підвісі та є стійким до зовнішніх стохастичних збурень (вітрових поривів). Отриманий режим руху системи дозволяє підвищити продуктивність баштового крана при навантажувально-розвантажувальних операціях, а несиметричні обмеження на керування роблять даний режим руху менш напруженим та дають змогу мінімізувати навантаження на кранову металоконструкцію.

Для розв'язку задачі оптимального керування використано модифікований метод рою часточок RING-ROT-PSO для чого вихідну задачу оптимального керування було зведено до задачі безумовної оптимізації. Реалізувати на практиці запропонований оптимальний режим руху можливо за допомогою відповідного частотного перетворювача із програмним забезпеченням.

Список використаної літератури

1. Коваленко В. О., Коваленко О. О., Стрижак В. В., Свіргун В. П., Стрижак М. Г. Оптимізація керування механізмом повороту баштового крана. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Автомобіле- та тракторобудування. НТУ «ХПІ» 2022. Вип. № 1'2022. С. 84-95. <https://doi.org/10.20998/2078-6840.2022.1.10>.
2. Huimin Ouyang, Xiang Xu, Guangming Zhang. Boom motion trajectory generation approach for load sway rejection in rotary cranes considering double-pendulum effect. Measurement and Control. 2021. Vol. 54(5-6). Pp. 924–934. DOI: [10.1177/0020294020944964](https://doi.org/10.1177/0020294020944964)
3. Montonen, J.-H., Nevaranta N., Niemelä, M., Lind, T. (2022). Comparison of Extrinsensitive Input Shaping and Swing-Angle- Estimation-Based Slew Control Approaches for a Tower Crane. Appl. Sci. Vol 12. P. 5945. DOI: [10.3390/app12125945/](https://doi.org/10.3390/app12125945/).

4. Liu Z., Yang T., Sun N., Fang Y. (2019). An Antiswing Trajectory Planning Method with State Constraints for 4-DOF Tower Cranes: Design and Experiments. *Journals & Magazines*. IEEE Access. Vol. 7. Pp. 62142-62151. DOI: [10.1109/access.2019.2915999](https://doi.org/10.1109/access.2019.2915999).
5. S.-J. Kimmerle, M. Gerds, R. Herzog. An optimal control problem for a rotating elastic crane-trolley-load system. IFAC-PapersOnLine. 2018. Vol. 51(2). Pp. 272-277. DOI: [10.1016/j.ifacol.2018.03.047](https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.03.047).
6. Englert T. Lastpendeldämpfung für Turmdrehkrane – Ein erster Schritt zur Kranautomation. 30. Internationale Kranfachtagung 2022. Kran 4.0. Erfolge der Digitalisierung Herausgegeben als Begleitband zur gleichnamigen Fachtagung am 11. und 12. Juli 2022 in Magdeburg. Pp. 41-49.
7. S.M. Fasih, Z. Mohamed, A.R. Hussain, L. Ramli, A.M. Abdullahi, and W. Anjum. 2020. Payload swing control of a tower crane using a neural network-based input shaper. Measurement and Control. Vol. 53(7-8). Pp 1171–1182. doi: [10.1177/0020294020920895](https://doi.org/10.1177/0020294020920895).
8. S. Chwastek. Optimization of crane mechanisms to reduce vibration. Automation in Construction. 119:103335, 2020. DOI: [10.1016/j.autcon.2020.103335](https://doi.org/10.1016/j.autcon.2020.103335).
9. R. Miranda-Colorado. Robust observer-based anti-swing control of 2D-crane systems with load hoisting-lowering. Nonlinear Dynamics, 104:3581–3596, 2021. doi: [10.1007/s11071-021-06443-x](https://doi.org/10.1007/s11071-021-06443-x).
10. G. Rigatos, M. Abbaszadeh, and J. Pomares. Nonlinear optimal control for the 4-DOF underactuated robotic tower crane. Autonomous Intelligent Systems, 2(1):21, 2022. doi: [10.1007/s43684-022-00040-4](https://doi.org/10.1007/s43684-022-00040-4).
11. Loveykin V.S., Pylypaka S.F., Kadikalo I. O. Dynamic analysis of the turning mechanism of a jib crane. Scientific Bulletin of the National University of Bioresources and Nature Management of Ukraine. Series: Technology and energy of agricultural industry. Kyiv, 2017. Vol. 258. P. 192–202.
12. Romacevych Yu., Loveikin V., Stekhno O. Closed-loop optimal control of a system „trolley - payload”. University Polytechnica of Bucharest. Sci. Bull. Series D. 2019. Vol. 81. Issue. 2. P. 3-12.
13. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О., Стехно О.В., Муштин Д.І. Наукове обґрунтування і розробка методів динамічного моделювання та режимно-параметричної оптимізації сучасних вантажопідйомних машин. Монографія. ЦП „КОМПІНТ”. Київ. 2023. 458 с.
14. Romacevych, Yu., Loveikin, V., Loveikin, Y. (2021). Development of new rotating ring topology of PSO-algorithm. IEEE 2nd KhPI Week Advanced Technology. 13 September, 79–82. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9569973>

SYNTHESIS OF THE OPTIMAL BY DURATION CLOSED- LOOP OPTIMAL CONTROL OF THE DYNAMIC SYSTEM "CRANE-LOAD" OF THE TOWER CRANE SLEWING MECHANISM

Loveikin V. S., Romasevych Yu. O., Stekhno O. V.

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine

Abstract. *A scientific and applied problem was solved in the articles. It aimed to increase the efficiency of operation of the dynamic "crane-load" system of the tower crane slewing mechanism even when external stochastic disturbances (wind gusts) affect the load. The existing mathematical model of the movement of the dynamic "cart-load" system was used to conduct the research, which, based on the results of mathematical transformations, was simplified to a system of three linear differential equations.*

In the given optimal control problem, asymmetric constraints on optimal control were used, and the problem was reduced to the problem of unconstrained minimization of the integral-terminal criterion. Since the solution of the problem was found in the closed-loop form, a control function was developed. It included the phase coordinates function vector and vector of parameters $K_1...K_4$. The general solution of the optimization problem consisted in finding the values of acceleration duration T and components $K_1...K_4$. The modified RING-ROT-PSO optimization method was used to solve the problem.

As a result of solving the optimization problem, the mode of movement of the dynamic "crane-load" system of the slewing mechanism was obtained, which eliminates the load's oscillations during acceleration to a steady velocity even when the system is affected by external stochastic disturbances. According to the results of the solution, the corresponding graphical dependencies characterizing the kinematic, dynamic and energy characteristics were built and their analysis was carried out.

Keywords: *tower crane, slewing mechanism, dynamic systems, load, duration, RING-ROT-PSO.*