

УДК 539.3

DOI: 10.15276/pidtt.2.66.2021.03

¹Човнюк Ю. В., ²Остапущенко О. П., ²Кравчук В. Т., ²Кравченко І. М.

¹ Національний авіаційний університет, м. Київ, Україна

² Київський Національний університет будівництва і архітектури

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СТАЦІОНАРНОЇ ФАЗИ У АНАЛІЗІ ДИСПЕРСІЇ ПОЗДОВЖНІХ ІМПУЛЬСІВ НАПРУЖЕНЬ У КАНАТАХ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МЕХАНІЗМІВ КРАНІВ

***Анотація.** У роботі використаний метод стаціонарної фази задля аналізу дисперсійних ефектів, що виникають при розповсюдженні поздовжніх імпульсів напружень у канатах вантажопідйомних механізмів кранів. Використана модель циліндричного пружного стрижня з круговим поперечним перерізом, в якій врахована (за А.Лявом) інерція поперечних рухів стрижня, котра краще узгоджується з тривимірною теорією пружності. Отриманий асимптотичний розв'язок відповідного хвильового рівняння для деформації стрижня суттєво відрізняється від отриманого за елементарною теорією розв'язку вказаного рівняння при тих самих початкових й граничних умовах. Отримані у роботі результати можуть бути використані при уточненні і вдосконаленні інженерних методів розрахунку параметрів, що характеризують напружений стан канатів вантажопідйомних механізмів кранів при підйомі вантажів “з підхватом”/“з основи”.*

***Ключові слова:** метод стаціонарної фази, аналіз, дисперсія, поздовжня деформація, імпульси напружень, канати, вантажопідйомні механізми, крани.*

Постановка проблеми.

Низка важливих вузлів та деталей сучасних пристроїв (наприклад, канатів вантажопідйомних механізмів кранів) працює у різко нестаціонарних режимах внаслідок швидкої зміни у часі діючих на них зовнішніх сил. Так, при підйомі вантажу “з підхватом”/“з основи” (“з землі”) у канатах вантажопідйомних механізмів кранів виникають динамічні напруження, котрі повинні бути враховані при оцінці міцності й працездатності (канатів), а також при обранні оптимальних умов функціонування тих чи інших пружних елементів (зокрема, канатів, тросів та ін.). Останнє є особливо важливим для тих технічних пристроїв, принцип дії котрих заснований на використанні нестаціонарних хвильових полів та пов'язаних з ними механічних ефектів (зокрема, при функціонуванні канатних систем вантажопідйомних механізмів кранів у т.з. перехідних режимах –

пуску/гальмуванні чи реверсу). Науковою основою для такого розрахунку є теорія нестационарних коливань та хвиль у пружних тілах.

Характер напружень деформованого стану пружного тіла (канату) багато в чому визначається швидкістю зміни у часі прикладених до нього сил. При швидкому перебігу змін навантажень у пружному тілі (канат, що підіймає вантаж “з підхватом”) відбуваються процеси, котрі мають яскраво виражений хвильовий характер. У цьому випадку адекватною фізиці явища є динамічна задача теорії пружності. Поряд з силами пружності значний вплив на розподіл напружень (у канатах) справляють сили інерції, котрі необхідно враховувати при теоретичному аналізі.

Нестационарна динамічна задача (для канатів) зазвичай формулюється й для механічних систем з імпульсним збудженням. Повна постановка цієї задачі передбачає задання початкового стану (переміщень та швидкостей точок) пружного тіла, доповнених відповідними граничними умовами.

Інтегральна теорема Фур’є дозволяє в принципі описати загальний нестационарний випадок набором гармонічних складових. Однак відтворення нестационарного руху за його гармонічними складовими є математично доволі складною процедурою. Розв’язки нестационарних задач, хоча й математично дуже складних, можуть бути досить глибоко проаналізовані аналітичними методами. Зусилля, які витрачаються на такого роду аналіз, виправдовують себе отриманням порівняно простих фізичних закономірностей, які не можна вгледіти у первісній формі розв’язку.

У даній роботі дослідження закономірностей дисперсійного розповсюдження хвиль у пружних хвилеводах (стрижнева модель канату вантажопідйомного механізму крана) базується на методі стаціонарної фази й понятті групової швидкості, що застосовується до імпульсів напружень. Дається порівняльний аналіз дисперсійного розв’язку для стрижня, отриманого у межах теорії стрижнів Лява й елементарного бездисперсійного розв’язку хвильового рівняння.

Аналіз публікацій по темі дослідження.

Використаний у даній роботі метод стаціонарної фази є одним з багатьох методів асимптотичного обчислення інтегралів [1]. Детальний виклад теорії асимптотичних розкладів і, зокрема, методів отримання таких розкладів для інтегралів є у роботах [2-5].

Глибокий аналіз понять фазової та групової швидкості даний у роботі [6]. Зокрема, для групової швидкості крім її кінематичного визначення є ще й енергетичне. Зв’язок між цими визначеннями обговорюється у [7] й цитованій там літературі.

Рівняння коливань циліндричного стрижня (кругового поперечного перерізу) отримане у [8] за допомогою варіаційного

методу. Відповідне цьому рівнянню дисперсійне співвідношення може бути отримане також при асимптотичному аналізі дисперсійних співвідношень, отриманих при розв'язуванні тривимірних рівнянь руху для циліндра [9].

Гармонічні хвилі у нескінченному циліндрі вивчені досить повно у книзі [7]. Однак настільки ж повні дослідження дисперсійного розповсюдження пружних імпульсів у циліндрі на основі тривимірної теорії відсутні. Найбільш задовільною з наближених теорій, що описують вісесиметричні хвилі у циліндрі, є теорія Міндліна-Макнівена [10]. Ця одновимірна теорія враховує три перші гілки дисперсійного спектру нормальних хвиль у тривимірному циліндрі. Розповсюдження пружних імпульсів на основі теорії Міндліна-Макнівена вивчалось асимптотичними методами у [11]. Порівняння теоретичних результатів, отриманих шляхом чисельного інтегрування наближених рівнянь й даних експерименту, проведеного у [12], виявило задовільну відповідність між ними.

Уточнене рівняння поперечних коливань стрижнів отримане С.П.Тимошенком [9, 13]. Значний експериментальний матеріал щодо розповсюдження імпульсів у пружних хвилеводах наведений у [9, 14, 15].

Огляд історії розвитку й основних досягнень у теорії пружних хвиль у твердих тілах даний у роботі [16].

Мета роботи полягає у обґрунтуванні методу стаціонарної фази для аналізу дисперсії поздовжніх імпульсів напружень у канатах вантажопідйомних механізмів кранів за підйому вантажу “з підхватом”/“з основи” (“з землі”).

Виклад основного змісту дослідження.

У даному дослідженні розглянуте розповсюдження пружних імпульсів навантаження у канатах вантажопідйомних механізмів кранів при підйомі вантажів “з підхватом”/“з основи” для тих випадків, коли має місце дисперсія хвилеутворень, що виникають у таких механічних системах. Згідно визначенню, даному у [17], дисперсією хвиль називається залежність фазової швидкості гармонічної хвилі від її частоти. Дисперсія хвиль може бути обумовлена як фізичними властивостями середовища (у даному випадку канату), так й присутністю у ньому сторонніх включень і наявністю границь тіла (канату), в якому розповсюджується пружна хвиля (напружень).

Дисперсія хвиль, пов'язана з фізичними властивостями середовища, виникає, коли вплив хвилі призводить до нерівноважного стану середовища, збуджуючи його внутрішні ступені вільності руху (коливні та обертальні рухи молекул) та ін. Вирівнювання енергії між поступальними й внутрішніми ступенями вільності руху відбувається за час, котрий називають часом релаксації τ_p . Якщо період T пружної

хвилі (наприклад, напружень) малий у порівнянні з τ_p ($T \ll \tau_p$, тобто високі частоти), тоді за час T внутрішні ступені вільності руху не встигають збуджуватись, тому середовище буде вести себе таким чином, ніби внутрішні ступені вільності руху відсутні. Якщо ж $T \gg \tau_p$ (низькі частоти), тоді частина енергії поступального руху встигає перерозподілитись на внутрішні ступені вільності руху. При цьому, внаслідок зменшення енергії поступального руху, пружність середовища й швидкість хвиль буде менше, ніж у випадку високих частот. Таким чином, при наявності релаксації швидкість хвиль збільшується зі зростанням частоти.

Принципово іншим типом дисперсії хвиль є геометрична дисперсія, обумовлена наявністю границь тіла. Вона проявляє себе при розповсюдженні хвиль у стрижнях, пластинах і взагалі будь-яких твердих хвилеводах. Так, наприклад, у тонких пластинах і стрижнях спостерігається дисперсія згинних хвиль. При згинанні тонкого стрижня жорсткість на згин тим більше, чим менше ділянка, яку згинають. При розповсюдженні згинної хвилі довжина ділянки, яка згинається, визначається довжиною хвилі. Тому зі зменшенням довжини хвилі (з підвищенням частоти) збільшується жорсткість, а відповідно, й швидкість розповсюдження хвилі. Фазова швидкість такої хвилі пропорціональна кореню квадратному з частоти.

Дисперсія обох типів призводить до спотворення будь-якого монохроматичного сигналу внаслідок відмінностей по величині швидкостей його фур'є-компонент.

Розглянемо далі дисперсію поздовжніх імпульсів напружень у циліндричних стрижнях кругового поперечного перерізу, котрі моделюють функціонування канатів вантажопідйомних механізмів кранів у процесі підйому вантажів способом, який має у літературі назву “з підхватом”/“з основи” (або “з землі”).

Якщо вивчаються закономірності розповсюдження імпульсів у скінченних (по довжині) й нескінченних стрижнях з використанням класичного хвильового рівняння:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}, \quad (1)$$

де $u(x,t)$ – переміщення поздовжнього типу, яке спрямоване вповдовж осі Ox стрижня й залежить від просторової (x) та часової (t) координат, $c = \sqrt{E/\rho}$ – швидкість розповсюдження хвиль, E – модуль пружності матеріалу стрижня, ρ – його щільність. Хвилі, котрі описуються рівнянням (1), є бездисперсійними, оскільки при підстановці у (1) виразу

$$u(x, t) = \exp\{i \cdot (\lambda x - \omega t)\}, \quad i^2 = -1, \quad (2)$$

де λ – хвильовий вектор, ω – кругова частота хвилі, матимемо $\omega = \lambda c$, тобто фазова (V_ϕ) й групова (V_g) швидкості дорівнюють c , оскільки

$$V_\phi = \frac{\omega}{\lambda} = c, \quad V_g = \frac{d\omega}{d\lambda} = c. \quad (3)$$

Більш детальний аналіз деформування стрижня, який враховує інерцію поперечних рухів й краще узгоджується з тривимірною теорією, призводить до наступного рівняння руху циліндричного стрижня:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{v^2 a^2}{2c^2} \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (4)$$

котре вперше розглянуто А.Лявом [8]. Тут, у [4], a – радіус поперечного перерізу стрижня, v – коефіцієнт Пуассона. Рівняння (4) є рівнянням четвертого порядку. Однак, завдяки тій обставині, що порядки похідних по x та t рівні двом, нових у порівнянні з хвильовим рівнянням граничних та початкових умов не треба.

Розглянемо напівнескінченний стрижень $x \geq 0$, до торця якого $x = 0$ у момент часу $t = 0$ прикладене зусилля $P = mg$ (де P – вага вантажу, m – його маса, g – прискорення вільного падіння) й,

відповідно, тиск $p_0 = \frac{P}{S} = \frac{mg}{S}$ (де S – площа поперечного кругового перерізу стрижня), який прикладений миттєво (у момент відриву вантажу від опори), тому ця обставина дозволяє вказаний тиск (p_0) у залежності від часу t подати наступним чином: $p_0 \cdot H(t)$, де $H(t)$ – функція стрибка (функція Хевісайда), яка задається виразом:

$$H(t) = \begin{cases} 1, & t > 0; \\ 0, & t \leq 0. \end{cases} \quad (5)$$

Отже, гранична умова у перерізі $x = 0$ стрижня має вид:

$$E \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\frac{mg}{S} \cdot H(t) = -p_0 \cdot H(t). \quad (6)$$

Застосовуючи до рівняння (4) й граничної умови (6) комплексне перетворення Фур'є по часу t , за нульових початкових умов :

$$u \Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \quad (7)$$

отримаємо:

$$\left(1 - \frac{v^2 a^2 \omega^2}{2c^2}\right) \cdot \frac{d^2 u^F}{dx^2} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \cdot u^F = 0, \quad (8)$$

$$\left. \frac{du^F}{dx} \right|_{x=0} = \frac{p_0}{E} \cdot \frac{i}{\omega}, \quad (9)$$

де u^F – образ Фур’є переміщення $u(x, t)$.

Для того, щоб отримати хвилю, яка йде на $(+\infty)$, розв’язок (8) обираємо у вигляді:

$$u^F = A \cdot \exp \left\{ \left(\frac{i\omega x}{c} \right) \cdot \left(1 - \frac{v^2 a^2 \omega^2}{2c^2} \right)^{-1/2} \right\}. \quad (10)$$

З граничної умови (9) маємо:

$$A = -\frac{p_0 c}{E} \cdot \left(1 - \frac{v^2 a^2 \omega^2}{2c^2} \right)^{-1/2}, \quad (11)$$

а зображення Фур’є поздовжньої деформації стрижня $\varepsilon_x^F = du^F/dx$ є наступним:

$$\varepsilon_x^F = -\frac{p_0}{E} \cdot \frac{i}{\omega} \cdot \exp \left\{ \frac{i\omega x}{c} \cdot \left(1 - \frac{v^2 a^2 \omega^2}{2c^2} \right)^{-1/2} \right\}. \quad (12)$$

Підставляючи отриманий вираз у формулу оберненого перетворення:

$$f(x, t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_L f^F(x, \omega) \cdot \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (13)$$

де у якості контура L у формулі (13) можна обрати будь-яку пряму, паралельну дійсній вісі, й таку, що проходить вище всіх особливих точок $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n, \dots$ функції f^F , причому $\text{Im } \omega > 0$ (остання умова забезпечує збіжність інтегралу (14) для функцій, які зростають не швидше експоненти), причому

$$f^F(x, \omega) = \int_0^\infty f(x, t) \exp(i\omega t) dt, \quad (14)$$

знаходимо:

$$\varepsilon_x = -\frac{p_0}{E} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{i\delta-\infty}^{i\delta+\infty} \frac{i}{\omega} \exp \left\{ -i\omega t + \frac{i\omega x}{c} \left(1 - \frac{v^2 a^2 \omega^2}{2c^2} \right)^{-1/2} \right\} d\omega. \quad (15)$$

Даний інтеграл (15) у явному вигляді не обчислюється, тому для

аналізу деформацій стрижня/канату у віддаленому полі необхідно отримати асимптотичний розклад.

Зазначимо, що у (15) ω – незалежна змінна, а λ (хвильовий вектор) залежить від ω :

$$\lambda(\omega) = \frac{\omega}{c} \cdot \left(1 - \frac{v^2 a^2 \omega^2}{2c^2} \right)^{-1/2}. \quad (16)$$

Легко показати, що при дійсному значенні ω групова швидкість хвилі (V_g) може бути подана наступним чином:

$$C_g \equiv V_g = \frac{d\omega}{d\lambda} = \left(\frac{d\lambda}{d\omega} \right)^{-1}. \quad (17)$$

Причому C_g (V_g) має єдине стаціонарне значення $C_{gs} = V_{gs} = c$ при $\omega = 0$, причому це значення є максимумом. Розкладаючи $\lambda(\omega)$ у ряд Тейлора у околі $\omega = 0$, матимемо:

$$\lambda(\omega) = \frac{\omega}{c} \cdot \left(1 - \frac{v^2 a^2 \omega^2}{4c^2} \right) + o(\omega^5), \quad (18)$$

й підставляючи (18) у (15), отримаємо:

$$\varepsilon_x \sim \left(-\frac{p_0}{E} \right) \frac{1}{2\pi} \int_{i\delta-\infty}^{i\delta+\infty} \frac{i}{\omega} \exp \left\{ -i\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) + \frac{i\omega x}{c} \cdot \frac{v^2 a^2 \omega^2}{4c^2} \right\} d\omega. \quad (19)$$

Виконуючи заміну змінної

$$z = \left(\frac{3v^2}{4} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{x}{a} \right)^{1/3} \cdot \frac{\omega a}{c}, \quad (20)$$

й позначаючи

$$\sigma = \left(\frac{4}{3v^2} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{a}{x} \right)^{1/3} \cdot \frac{(ct - x)}{a}, \quad (21)$$

отримаємо формулу:

$$\varepsilon_x \sim \left(-\frac{p_0}{E} \right) \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{i\delta'-\infty}^{i\delta'+\infty} \frac{i}{z} \cdot \exp \left\{ i \left(\frac{1}{3} z^3 - \sigma z \right) \right\} dz, \quad (22)$$

де δ' – довільне додатне число.

Для обчислення інтегралу (22) знайдемо похідну функції:

$$\Phi(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{i\delta'-\infty}^{i\delta'+\infty} \frac{i}{z} \cdot \exp \left\{ i \left(\frac{1}{3} z^3 - \sigma z \right) \right\} dz \quad (23)$$

по змінній σ . Матимемо:

$$\Phi'(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{i\delta'_{-\infty}}^{i\delta'_{+\infty}} \exp\left\{i\left(\frac{1}{3}z^3 - \sigma z\right)\right\} dz. \quad (24)$$

Порівняємо останню формулу (24) з представленням функції Ейрі (першого роду) [1]:

$$\begin{aligned} Ai(\sigma) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{i\left(\frac{1}{3}z^3 + \sigma z\right)\right\} dz \equiv \\ &\equiv \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\left(\frac{1}{3}z^3 + \sigma z\right) dz. \end{aligned} \quad (25)$$

Враховуючи, що у (24) пряму інтегрування можна змістити на вісь $\text{Im } z = 0$, знаходимо:

$$\Phi'(\sigma) = Ai(-\sigma), \quad (26)$$

звідки

$$\Phi(\sigma) = \Phi(0) + \int_0^{\sigma} Ai(-\alpha) d\alpha. \quad (27)$$

Оскільки ε_x обчислюється інтегруванням вдовж дійсної вісі, застосування методу стаціонарної фази обґрунтоване.

Знайдемо далі значення постійної:

$$\Phi(0) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{i\delta'_{-\infty}}^{i\delta'_{+\infty}} \frac{i}{z} \cdot \exp\left(\frac{1}{3}iz^3\right) dz. \quad (28)$$

Нехай шлях інтегрування деформується у контур, котрий складається з променів $(-\infty, -\varepsilon)$ та $(\varepsilon, +\infty)$ вісі $\text{Im } z = 0$, які з'єднані між собою півколом малого радіусу ε у верхній напівплощині для обходу полюсу $z = 0$. Не зупиняючись на деталях (подробностях), наведемо лише результат обчислень: $\Phi(0) = 1/3$. Підставляючи це значення у (27), а потім у (22), остаточно отримуємо:

$$\varepsilon_x \sim \left(-\frac{p_0}{E}\right) \cdot \left[\frac{1}{3} + \int_0^{\sigma} Ai(-\alpha) d\alpha\right]. \quad (29)$$

Асимптотичний розв'язок (29) суттєво відрізняється від такого, що може бути отриманий, виходячи з елементарної теорії розв'язку хвильового рівняння (1) при тих самих початкових й граничних умовах. Елементарний (бездисперсійний) розв'язок $\varepsilon_x^{(0)}$ має той самий вигляд, що й імпульс навантаження (канату):

$$\varepsilon_x^{(0)} = \left(-\frac{p_0}{E}\right) \cdot H\left(t - \frac{x}{c}\right). \quad (30)$$

Введемо позначення змінних:

$$\frac{(ct - x)}{a} = \tau; \quad \frac{x}{a} = X; \quad \left(\frac{4}{3v^2}\right)^{1/3} = \bar{m}; \quad \tilde{\varepsilon}_x = \left(-\frac{p_0}{E}\right)^{-1} \varepsilon_x, \quad (31)$$

після чого формули (29), (30) набувають вигляду:

$$\tilde{\varepsilon}_x \sim \frac{1}{3} + \int_0^{\bar{m} \cdot X^{-1/3} \cdot \tau} Ai(-\alpha) d\alpha, \quad \tilde{\varepsilon}_x^{(0)} = H(\tau) . \quad (32)$$

На рис.1 зображені графіки $\tilde{\varepsilon}_x$ для $X = X_1$, $X = 8X_1$ й $\tilde{\varepsilon}_x^{(0)}$, де X_1 – довільна лінійна величина, велика у порівнянні з a . У відповідності з останніми формулами, графік $\tilde{\varepsilon}_x$ для $X = 8X_1$ отриманий з графіка, який відповідає $X = X_1$ розтягом по вісі абсцис у 2 рази. Для будь-якого X $\tilde{\varepsilon}_x = 1/3$ при $\tau = 0$. У рухомій зі швидкістю c системі координат імпульс напруження подовжується пропорційно $X^{1/3}$. Бездисперсійний розв'язок $\tilde{\varepsilon}_x^{(0)}$ не змінюється з просуванням імпульсу напруження.

Висновки.

1. Зі збільшенням τ дисперсійний розв'язок все більше наближається до дисперсійного. Осцилюючий характер ε_x при $\tau > 0$ є наслідком інтерференції хвиль з груповими швидкостями, меншими за c . Важливим наслідком з закономірності пропорційної зміни форми імпульсу напруження, як впливає з графіка (рис.1), є зменшення коефіцієнту крутості переднього фронту хвилеутворення зі зростанням X .

2. Максимальне значення $\tilde{\varepsilon}_x$, як функція $\left(\bar{m} \cdot X_1^{-1/3} \cdot \tau\right)$ перевищує $\tilde{\varepsilon}_x^{(0)}$ приблизно у 1,33 рази, як для графіка вказаної залежності при $X = X_1$, так і для графіка при $X = 8X_1$.

3. Більш складна ситуація виникає у пружному хвилеводі (наприклад, циліндричному стрижні кругового поперечного перерізу, який має порожнину, а тому може бути описаний у межах моделі циліндричної пружної оболонки, а порожнина її заповнена іншим матеріалом – щось на кшталт композиційного матеріалу зі штучною обгорткою), оскільки у цьому випадку існує кілька типів диспергуючих хвиль, й первісний імпульс напруження розділяється на кілька порцій, котрі рухаються з різними швидкостями. Ця проблема вимагає окремого розгляду.

4. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних

методів розрахунку основних параметрів канатних систем вантажопідйомних механізмів кранів як на стадіях їх проектування (конструювання), так і у режимах реальної експлуатації.

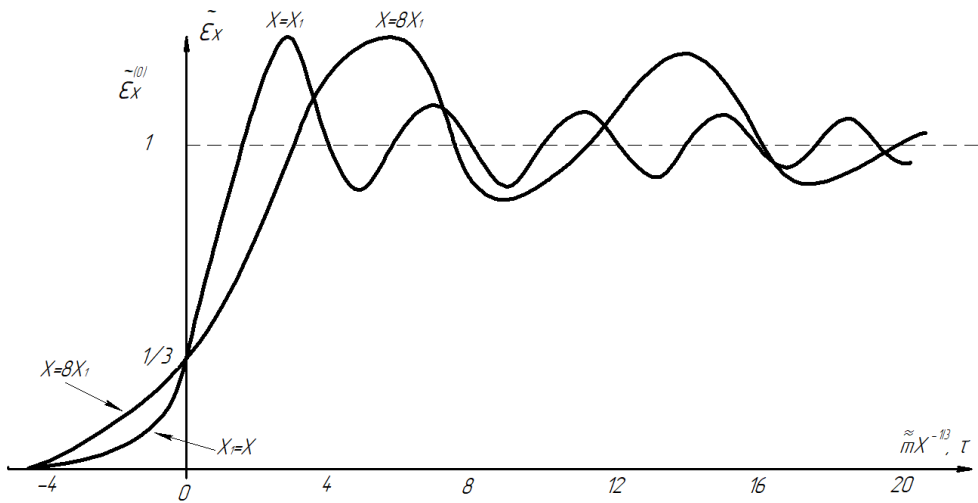


Рисунок 1 –Графік поздовжньої деформації для дисперсійної (суцільні) й бездисперсійної (штрихова) теорій поздовжніх хвиль у стрижнях/канатах

Список використаної літератури

- 1.Жарий О.Ю., Улитко А.Ф. Введение в механику нестационарных колебаний и волн. К.: Выща школа, 1989. 184 с.
- 2.Копсон Э.Т. Асимптотические разложения. М.: Мир, 1966. 159 с.
- 3.Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. М.: Мир, 1978. Т.1. 547 с.
- 4.Эрдейи А. Асимптотические разложения. М.: Физматгиз, 1962. 127 с.
- 5.Achenbach J.D. Wave propagation in elastic solids. Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1973. 425 p.
- 6.Мандельштам Л.И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М.: Наука, 1972. 437 с.
- 7.Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. К.: Наукова думка, 1981. 283 с.
- 8.Ляв А. Математическая теория упругости. М.; Л.: ОНТИ, 1935. 674 с.
- 9.Кольский Г. Волны напряжения в твердых телах. М.: Изд-во иностр. лит., 1955. 192 с.
- 10.Mindlin R.D., McNiven H.D. Axially symmetric waves in elastic rods. Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1960. V.27. P.145-151.

11. Kaul R.K., McCoy J.J. Propagation of axisymmetrical waves in circular semi-infinite elastic rods. *J. Acoust. Soc. Amer.* 1964. V.36. P.653-660.
12. McNiven H.D., Mengi Y. Experimental assessment of the Mindlin–McNiven rod theory. *J. Acoust. Soc. Amer.* 1972. V.62, №3. P.589-594.
13. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1975. 575 с.
14. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. М.: Наука, 1984. Т.1. 596 с.
15. Дейвис Р.М. Волны напряжений в твердых телах. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 104 с.
16. Пао У.-Н. Elastic waves in solids. *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* 1983. V.50. P. 1152-1164.
17. Физический энциклопедический словарь. М., 1984. – С.166.

STATIONARY PHASE METHOD APPLICATION IN THE LONGITUDINAL STRESS PULSES DISPERSION ANALYSIS IN ROPE OF THE CRANE HOISTING MECHANISMS

Chovnyuk Y. V., Ostapushchenko O. P., Kravchyuk V. T., Kravchenko I. M.

Annotation. The stationary phase method is used to analyze the dispersion effects that occur during the longitudinal stress pulses in the cranes ropes propagation. A cylindrical elastic rod model with a circular cross section is used, which takes into account (according to A. Lyav) the inertia of the rod transverse movements, which is better consistent with the three-dimensional elasticity theory. The obtained asymptotic solution of the corresponding wave equation for the deformation of the rod differs significantly from the solution obtained by elementary theory of this equation under the same initial and boundary conditions. The results obtained in this work can be used to refine and improve engineering methods for calculating the parameters that characterize the stress state of the crane ropes when lifting loads "with a pickup" / "from the base".

Key words: stationary phase method, analysis, dispersion, longitudinal deformation, stress pulses, ropes, lifting mechanisms, cranes.