

УДК 621.833

Шевченко С.В., к.т.н., Мазнев Е.А., к.т.н.

ГЕЛИКОИДЫ В ЧЕРВЯЧНОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ С ЛОКАЛИЗОВАННЫМ КОНТАКТОМ

Постановка проблемы. Создание червячных передач с локализованным контактом является актуальной задачей теории зубчатых зацеплений [1]. Замена линейчатого контакта сопряженных поверхностей на точечный позволяет существенно снизить чувствительность передачи к погрешностям изготовления и монтажа, улучшить условия смазки. Известны три способа локализации контакта в червячном зацеплении: 1) с помощью жесткой неконгруэнтной производящей пары; 2) за счет увеличения диаметра фрезы (в сравнении с червяком); 3) за счет подачи фрезы вдоль оси нарезаемого колеса [2, 3, 4].

Анализ последних достижений и публикаций. В работах [5, 6] предложен новый метод локализации контакта в червячных передачах, в основе которого лежит использование стандартных червяков и червячных фрез. Идея этого метода заключается в том, что червяк и фреза, нарезающая зубья червячного колеса, относятся к геликоидам разных типов. Так, например, зубья колеса, нарезанные архимедовой фрезой ZA , в эксплуатационном зацеплении будут контактировать с червяком ZI , который является эвольвентным геликоидом. Геликоиды ZA и ZI образуют неконгруэнтную пару поверхностей. При этом ZI , «вложенный» в ZA , касается последнего по винтовой линии, лежащей на общем для ZA и AI делительном цилиндре. В результате, витки червяка ZI и зубья колеса будут контактировать по точкам, а не по линиям, как это имеет место при классической схеме синтеза червячной пары по 2-му методу Оливье.

Постановка задачи. Для рекомендаций по возможным сочетаниям типов червяка и червячной фрезы для червячного зацепления с локализованным (точечным) контактом необходимо сравнить геометрические характеристики различных геликоидов, применяемых в качестве червяков и червячных фрез: ZA , ZI , $ZN1$, $ZN2$, $ZK1$, $ZK2$, $ZK3$.

Изложение основного материала. В настоящей статье представлены некоторые результаты исследования геликоидов, образованных коническими инструментами с прямолинейными режущими кромками: дисковой фрезой – $ZK1$, пальцевой фрезой – $ZK2$, резцовой головкой – $ZK3$.

1. Исходные уравнения рассматриваемых геликоидов в системе координат связанной с червяком.

Геликоид $ZK1$, [1].

$$\left. \begin{aligned}
 x_1 &= u \cdot \left[(\cos \gamma_u \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \psi + \cos \vartheta \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha_u - \right. \\
 &\quad \left. - \sin \alpha_u \cdot \sin \gamma_u \cdot \sin \psi \right] + \\
 &\quad + a_\phi \cdot \sin \gamma_u \cdot \sin \psi + a_u \cdot \cos \psi; \\
 y_1 &= u \cdot \left[(\cos \gamma_u \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \psi - \cos \vartheta \cdot \sin \psi) \cdot \cos \alpha_u - \right. \\
 &\quad \left. - \sin \alpha_u \cdot \sin \gamma_u \cdot \cos \psi \right] + \\
 &\quad + a_\phi \cdot \sin \gamma_u \cdot \cos \psi - a_u \cdot \sin \psi; \\
 z_1 &= u \cdot (\sin \alpha_u \cdot \cos \gamma_u + \cos \alpha_u \cdot \sin \gamma_u \cdot \sin \vartheta) - \\
 &\quad - P \cdot \psi - a_\phi \cdot \cos \gamma_u; \\
 u &= \left[a_\phi - (a_u \cdot \operatorname{ctg} \gamma_u + P) \cdot \operatorname{tg} \vartheta \right] \cdot \sin \alpha_u - \\
 &\quad - \frac{(a_u - P \cdot \operatorname{ctg} \gamma_u) \cdot \cos \alpha_u}{\cos \vartheta}.
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

здесь: a_ϕ – расстояние плоскости инструмента от вершины конуса; a_u – межосевое расстояние от оси вращения червяка до оси вращения инструмента; P – винтовой параметр; α_u – угол профиля инструмента; γ_u – угол перекрещивания осей червяка и инструмента; ψ – угол поворота червяка в винтовом движении при обработке его инструментом.

Геликоиды $ZK2$ и $ZK3$ (в обоих случаях уравнения, описывающие конические поверхности инструмента в системе координат связанной с инструментом, одинаковые).

$$\left. \begin{aligned}
 x_1 &= [u_k \cdot \cos \alpha_k + x_{Ou}] \cdot \cos \psi + \\
 &\quad + [u_k \cdot \sin \alpha_k \cdot \sin \vartheta + y_{Ou}] \cdot \sin \psi; \\
 y_1 &= -[u_k \cdot \cos \alpha_k + x_{Ou}] \cdot \sin \psi + \\
 &\quad + [u_k \cdot \sin \alpha_k \cdot \sin \vartheta + y_{Ou}] \cdot \cos \psi; \\
 z_1 &= -u_k \cdot \sin \alpha_k \cdot \cos \vartheta - P \cdot \psi + z_{Ou}; \\
 u_k &= (P \cdot \operatorname{ctg} \vartheta - x_{Ou}) \cdot \cos \alpha_k - y_{Ou} \cdot \frac{\sin \alpha_k}{\sin \vartheta}.
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Начальные параметры для геликоидов *ZK2* и *ZK3* представлены в системах уравнений (3):

$$\left. \begin{array}{l} \text{ZK2} \\ x_{Ou} = r_1 - 0,5 \cdot w_{oc} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_k; \\ y_{Ou} = 0; \\ z_{Ou} = 0. \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ZK3} \\ x_{Ou} = r_1 - r_u \cdot \operatorname{ctg} \alpha_k; \\ y_{Ou} = -r_u \cdot \sin \gamma; \\ z_{Ou} = 0. \end{array} \right\} \quad (3)$$

2. Осевые профили (определяются из условия $y_1 = 0$).

Геликоид *ZK1*.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{u \cdot \cos \alpha_u \cdot \cos \vartheta + a_u}{\cos \psi}; \\ z_1 = u \cdot [\sin \alpha_u \cdot \cos \gamma_u + \cos \alpha_u \cdot \sin \gamma_u \cdot \sin \vartheta] - \\ \quad - P \cdot \psi - a_\phi \cdot \cos \gamma_u; \\ u = \left[a_\phi - (a_u \cdot \operatorname{ctg} \gamma_u + P) \cdot \operatorname{tg} \vartheta \right] \cdot \sin \alpha_u - \\ \quad - \frac{(a_u - P \cdot \operatorname{ctg} \gamma_u) \cdot \cos \alpha_u}{\cos \vartheta}; \\ \psi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{u \cdot \cos \alpha_u \cdot \cos \gamma_u \cdot \sin \vartheta + [a_\phi - u \cdot \sin \alpha_u] \cdot \sin \gamma_u}{u \cdot \cos \alpha_u \cdot \cos \vartheta + a_u} \right). \end{array} \right\} \quad (4)$$

Геликоиды *ZK2* и *ZK3*.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{u_k \cdot \sin \alpha_k \cdot \sin \vartheta + y_{Ou}}{\sin \psi}; \\ z_1 = -u_k \cdot \sin \alpha_k \cdot \cos \vartheta - P \cdot \psi + z_{Ou}; \\ u_k = (P \cdot \operatorname{ctg} \vartheta - x_{Ou}) \cdot \cos \alpha_k - y_{Ou} \cdot \frac{\sin \alpha_k}{\sin \vartheta}; \\ \psi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{u_k \cdot \sin \alpha_k \cdot \sin \vartheta + y_{Ou}}{u_k \cdot \cos \alpha_k + x_{Ou}} \right). \end{array} \right\} \quad (5)$$

Зависимости для переменных u и u_k в системах (4) и (5) получены из уравнений зацепления пар «*ZK2*+червяк» и «*ZK3*+червяк» соответственно.

3. Характер осевого профиля рассматриваемых геликоидов (выпуклый или вогнутый) определяем по углу наклона касательной к профилю в трех точках: на вершине витка радиусом $r_{a1} - \alpha_{oc.a}$; на делительном радиусе $r_1 - \alpha_{oc.d}$, на впадине витка радиусом $r_{f1} - \alpha_{oc.f}$.

$$\alpha_{oc.i} = \left| \arctg \left(\frac{z_1^{\vartheta}}{x_1^{\vartheta}} \right) \right|, (i = a_1, r_1, f_1) \quad (6)$$

где x_1^{ϑ} и z_1^{ϑ} – частные производные соответствующих координат осевого профиля витков в точках $i = a_1, r_1, f_1$, определяемые из уравнений (4) и (5) соответственно.

Пара геликоидов «червяк + фреза» при ”вложении” друг в друга будут иметь касание по общей винтовой линии (при одинаковых параметрах m, q, z_1) в следующих случаях: 1) осевые профили выпуклые – рис. 3, а; 2) осевые профили вогнутые – рис. 3, б; 3) прямолинейный профиль фрезы и выпуклый профиль червяка – рис. 3, в; 4) вогнутый профиль фрезы и прямолинейный профиль червяка – рис. 3, г; 5) вогнутый профиль фрезы и выпуклый профиль червяка – рис. 3, д.

Осевой профиль будет выпуклым если $\alpha_{a1} > \alpha_{r1} > \alpha_{f1}$. Если же $\alpha_{a1} < \alpha_{r1} < \alpha_{f1}$ – осевой профиль будет вогнутым.

Расчетные зависимости для нахождения \dot{x}_1^{ϑ} и \dot{z}_1^{ϑ} , а также величин, входящих в эти производные, представлены следующими системами уравнений.

Геликоид ZK1.

$$\left. \begin{aligned} x_1^{\vartheta} &= \left\{ \left[u'_\vartheta \cdot \cos \vartheta - u \cdot \sin \vartheta \right] \cdot \cos \alpha_u \cdot \cos \psi + \right. \\ &\quad \left. + \left[u \cdot \cos \alpha_u \cdot \cos \vartheta + a_u \right] \cdot \sin \psi \cdot \psi' \right\} \cdot \frac{1}{\cos^2 \psi}; \\ z_1^{\vartheta} &= \left\{ \left[u'_\vartheta \cdot \sin \vartheta + u \cdot \cos \vartheta \right] \cdot \cos \alpha_u \cdot \sin \gamma_u + \right. \\ &\quad \left. + u'_\vartheta \cdot \sin \alpha_u \cdot \cos \gamma_u - P \cdot \psi' \right\}; \\ u'_\vartheta &= - \frac{P \cdot \sin \alpha_u + (a_u - P \cdot \operatorname{ctg} \gamma_u) \cdot \cos \alpha_u \cdot \sin \vartheta}{\cos^2 \vartheta}; \\ \psi' &= \frac{F'_1(\vartheta) \cdot F_2(\vartheta) - F_1(\vartheta) \cdot F'_2(\vartheta)}{F_1^2(\vartheta) + F_2^2(\vartheta)}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

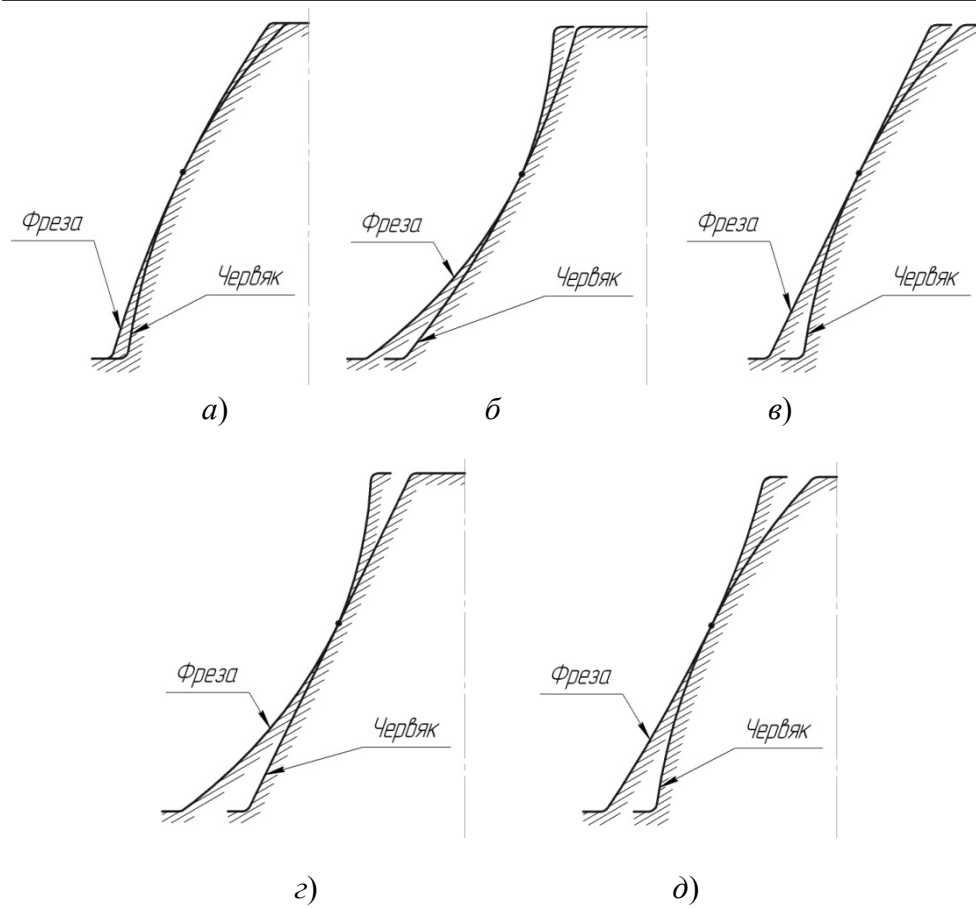


Рисунок 1 – Возможные варианты сочетания осевых профилей геликоидов, образующих пары «червяк + фреза»

Здесь:

$$F_1(\vartheta) = u \cdot [\cos \alpha_u \cdot \cos \gamma_u \cdot \sin \vartheta - \sin \alpha_u \cdot \sin \gamma_u] + a_\phi \cdot \sin \gamma_u,$$

$$F'_1(\vartheta) = (u'_\vartheta \cdot \sin \vartheta + u \cdot \cos \vartheta) \cdot \cos \alpha_u \cdot \cos \gamma_u - u'_\vartheta \cdot \sin \alpha_u \cdot \sin \gamma_u,$$

$$F_2(\vartheta) = u \cdot \cos \alpha_u \cdot \cos \vartheta + a_u, \quad F'_2(\vartheta) = (u'_\vartheta \cdot \cos \vartheta - u \cdot \sin \vartheta) \cdot \cos \alpha_u.$$

Геликоиды ZK2 и ZK3.

$$\left. \begin{aligned} x_1^\vartheta &= \left\{ [u'_k \cdot \sin \vartheta + u_k \cdot \cos \vartheta] \cdot \sin \alpha_k \cdot \sin \psi - \right. \\ &\quad \left. - [u_k \cdot \sin \alpha_k \cdot \sin \vartheta + y_{Ou}] \cdot \cos \psi \cdot \psi'_{\vartheta} \right\} \cdot \frac{1}{\sin^2 \psi}; \\ z_1^\vartheta &= [u_k \cdot \sin \vartheta - u'_k \cdot \cos \vartheta] \cdot \sin \alpha_k - P \cdot \psi'_{\vartheta}; \\ u'_k &= \frac{y_{Ou} \cdot \sin \alpha_k \cdot \cos \vartheta - P \cdot \cos \alpha_k}{\sin^2 \vartheta}; \\ \psi'_{\vartheta} &= \frac{F'_3(\vartheta) \cdot F_4(\vartheta) - F_3(\vartheta) \cdot F'_4(\vartheta)}{F_3^2(\vartheta) + F_4^2(\vartheta)}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Здесь:

$$F_3(\vartheta) = u_k \cdot \sin \alpha_k \cdot \sin \vartheta + y_{Ou}, \quad F_4(\vartheta) = u_k \cdot \cos \alpha_k + x_{Ou},$$

$$F'_3(\vartheta) = \sin \alpha_k \cdot [u_k \cdot \cos \vartheta + u'_k \cdot \sin \vartheta], \quad F'_4(\vartheta) = u'_k \cdot \cos \alpha_k.$$

Для исключения вторичного резания при обработке червяка фрезой ZK3 диаметр последней необходимо выбирать из ГОСТ 11902-77 с соблюдением условия:

$$d_{\phi p(\min)} \geq \frac{(b_1^2 + r_{a1}^2) - 2 \cdot h \cdot \operatorname{tg} \alpha_u \cdot (b_1 \cdot \cos \gamma - r_{a1} \cdot \sin \gamma)}{b_1 \cdot \cos \gamma - r_{a1} \cdot \sin \gamma - 2 \cdot h \cdot \operatorname{tg} \alpha_u} \quad (9)$$

5. Расчеты выполнялись для червячных передач со следующими параметрами: $a_w = 160$ мм, $z_1 = 2$, $z_2 = 39$, $m_{oc1} = P = 6,3$ мм, $q = 12,5$, $\alpha_d = 20^\circ$.

Результаты расчетов сведены в табл. 1.

Таблица 1 – Осевые углы профилей витков для геликоидов

	ZK1	ZK2	ZK3	ZJ	ZN1	ZA
$\alpha_{oc.a1}$	19°56'35"	20°01'11"	18°49'26"	20°40'48"	20°06'36"	20°
$\alpha_{oc.r1}$	19°53'53"	20°03'50"	18°22'52"	20°13'48"	20°13'48"	20°
$\alpha_{oc.f1}$	19°26'38"	20°12'40"	17°24'25"	19°18'00"	20°30'00"	20°

Примечание. Результаты вычислений для геликоидов ZJ, ZN1, ZA получены с использованием работы [6].

Анализ результатов, представленных в табл. 1, показывает следующее:

1) Осевые профили $ZK1$, $ZK3$, ZJ – выпуклые, а $ZK2$, $ZN1$ – вогнутые.

2) Из рассмотренных геликоидов возможные сочетания «червяк + фреза», имеющие касание по общей винтовой линии, отмечены символом «+» в табл. 2.

Таблица 2 – Пары геликоидов, образующие сочетания «червяк+фреза», касающиеся друг друга по общей винтовой линии

		Червяк					
		$ZK1$	$ZK2$	$ZK3$	ZJ	$ZN1$	ZA
Фреза	$ZK1$		–	–	+	–	–
	$ZK2$	+		+	+	+	+
	$ZK3$	+	–		+	–	–
	ZJ	–	–	–		–	–
	$ZN1$	+	–	+	+		+
	ZA	+	–	+	+	–	

Выводы. Изучена принципиальная возможность образования пар «червяк + фреза», составленных из стандартных червяков и фрез, которые позволяют сформировать червячное зацепление с локализованным (точечным) контактом. Полученные результаты следует считать предварительными (рассмотрена лишь качественная картина сочетания профилей), поскольку величины углов для осевых профилей (особенно $ZK1$, $ZK2$, $ZK3$) в значительной степени зависят от размеров инструмента и его начальной установки. Дальнейшие исследования связаны с определением параметров червяка и сопряженной с ним червячной фрезы, при которых касание их активных поверхностей будет в пределах рабочей высоты витка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584 с.
2. Давыдов Я.С. Образование сопряженных поверхностей в зубчатых передачах по принципу жесткой неконгруэнтной производящей пары. // Вестник машиностроения, № 2. – М.: Наука, 1962.
3. Литвин Ф.Л. Геометрическое исследование разновидности зацепления М.Л. Новикова // Труды Ленинградского механического института, № 24. – М., 1962.

4. O. Ufert. Dynamische Drehfehlermessungen an Walzerfrasmazchinen und ihr Einfluss auf die Genauigkeit gefraster Grobgetrieberäder. VDI, № 103, 1956.
5. А.с. 904410, МКИ F16Н. Червячная передача /С.В. Шевченко, В.П. Шишов, В.И. Подройко. – 2911046/24-28. Заявл. 21.04.1980. Оpubл. в бюл. №15, 1982.
6. Шевченко С.В., Ткач П.Н. Локализация контакта в червячном зацеплении на базе стандартных элементов передачи // Підйомно-транспортна техніка: науково-технічний та виробничий журнал. – Дніпропетровськ, 2010.- №1 – С. 49-55.