

УДК 692.66:62–83

Бойко А.А., д.т.н.

Одесский национальный политехнический университет

## МЕТОДЫ АНАЛИЗА ВЛИЯНИЯ УПРУГИХ СВОЙСТВ КАНАТНЫХ ПЕРЕДАЧ НА ПАРАМЕТРЫ ДВИЖЕНИЯ ЛИФТОВЫХ ПОДЪЕМНЫХ МЕХАНИЗМОВ

***Аннотация.** В статье выполнен поиск аналитических соотношений и графических зависимостей, которые характеризуют влияние упругих связей на параметры движения лифтовых подъемных механизмов. Это актуально для синтеза и анализа оптимальных по быстрдействию диаграмм движения лифтов, учитывающих упругости соединительных канатов при произвольных законах управления.*

***Анотація.** У статті виконаний пошук аналітичних співвідношень і графічних залежностей, які характеризують вплив пружних зв'язків на параметри руху ліфтових піднімальних механізмів. Це актуально для синтезу та аналізу оптимальних по швидкодії діаграм руху ліфтів, що враховують пружності сполучних канатів при довільних законах керування.*

***Annotation.** In article the search of analytical ratio and graphic dependences is executed, which characterize influence of elastic connections on movement parameters of elevating mechanisms. It is urgent for synthesis and analysis optimum on speed of the movement diagrams of lifts, connecting cables, taking into account to elasticity, at the any laws of control.*

Влияние упругих связей канатных передач, которое проявляется при работе лифтовых подъемных механизмов, гарантировано приводит к отличию фактической диаграммы движения кабины от требуемой оптимальной диаграммы [1]. Отличие параметров движения от заданных, отрицательно сказывается на качестве управления пассажирскими лифтами, увеличивают динамические нагрузки на подъемные механизмы, способствуют накоплению усталостных напряжений в кинематических цепях, приводит к преждевременным отказам и незапланированным простоям оборудования, возрастанию стоимости ремонтов и эксплуатации [2]. Это определяет задачу поиска аналитических соотношений и графических зависимостей, характеризующих влияние упругих связей на параметры движения лифтовых подъемных механизмов и дальнейшее формирование оптимальных по быстрдействию диаграмм движения, учитывающих упругости соединительных тросов.

Для проведения исследований свойств и возможностей лифтовых систем, их реальные кинематические схемы заменяются соответствующими расчетными. В зависимости от кинематической схемы, типа решаемых задач и требуемой части решения, могут применяться расчетные схемы, основанные на представлении механизма подъема лифта в виде упругой  $n$ -массовой системой [3]. Для решения поставленных в настоящей работе задач, предлагается, использовать трехмассовую расчетную схему, которая представлена на рис. 1.

Движение трехмассовой системы описывается уравнениями [3]:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \frac{dV}{dt} &= F_{12} - m_1 g - F_{c1}, \\ m_2 \frac{dV_{\text{кш}}}{dt} &= F - F_{12} - F_{23}, \\ m_3 \frac{dV_{\text{пр}}}{dt} &= m_3 g - F_{23} - F_{c3}, \\ \frac{dF_{12}}{dt} &= C_{12} (V_{\text{кш}} - V) + C_{12} T_{12} \frac{d(V_{\text{кш}} - V)}{dt}, \\ \frac{dF_{23}}{dt} &= C_{23} (V_{\text{пр}} - V_{\text{кш}}) + C_{23} T_{23} \frac{d(V_{\text{пр}} - V_{\text{кш}})}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $V_{\text{пр}}$  – скорость движения противовеса;  $F_{23}$  – усилие в упругом элементе ветви каната, соединяющий канатоведущий шкив и противовес;  $C_{23} = E_k S_k / l_{23}$  – жесткость этой ветви каната;  $l_{23}$  – длина ветви каната;  $T_{23}$  – постоянная времени, учитывающая действие диссипативных сил в этой ветви каната.

Учет действия диссипативных сил может производиться различными способами [4,5]. Однако следует отметить, что ни один из предлагаемых способов учета действия диссипативных сил не учитывает в полной мере сложные процессы демпфирования колебаний каната. Наибольшее распространение, при исследовании ЭМС с упругими связями, получил способ учета диссипативных сил, основанный на введении коэффициента демпфирования колебаний, а введение постоянной времени  $T_{12}$  эквивалентно введению коэффициента демпфирования. Аналитическое решение уравнений (1) возможно лишь для частного случая  $T_{12} = T_{23} = 0$ , то есть при отсутствии диссипативных сил. В общем случае решение необходимо искать методом моделирования.

Проводилось исследование влияния параметров трехмассовой упругой механической системы на величины максимальной скорости,

ускорения и рывка [3]. При этом предлагалось, что развиваемое приводным двигателем усилие изменяется по известному закону, но длительность движения с установившейся скоростью равна нулю:

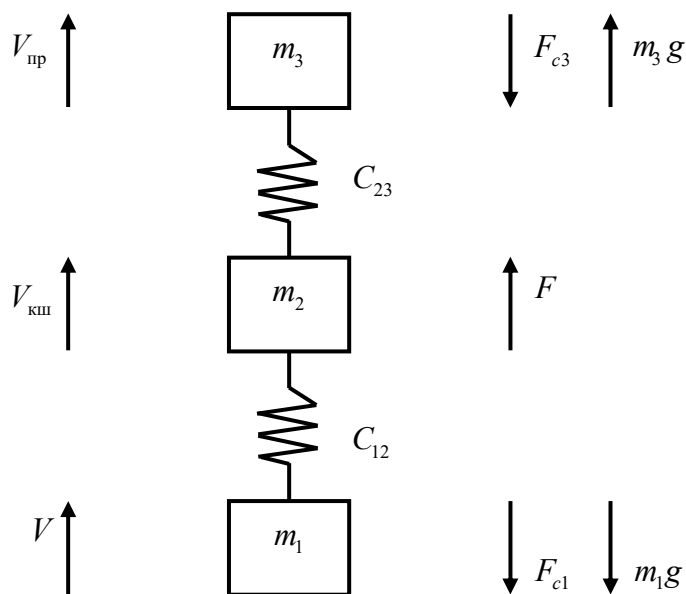


Рисунок 1 – Расчетная схема упругой трехмассовой системы

$$k_1(m_1+m_2+m_3)r_n t + k_2 t + k_2(m_1+m_2+m_3)a_n + (m_1 - m_3)g \quad (2)$$

где  $k_1 \dots k_4$  – переключающие функции, для каждого из участков оптимальной диаграммы [1].

Подобное упрощение задачи вызвано тем, что упругие связи оказывают наиболее существенное влияние на диаграмму движения в динамических режимах, а при движении с установившейся скоростью их влияние невелико. Величины максимального ускорения и рывка в начале движения не зависят от протяженности участка установившегося движения, то есть полученные результаты справедливы при различных длинах перемещения кабины. Так же, предполагается, что  $F_{c1} = F_{c3} = 0$ . Допустимость такого упрощения определяется тем, что величины сил трения в направляющих значительно меньше, чем силы веса кабины ( $m_1g$ ) и противовеса ( $m_3g$ ) [5]. Для повышения наглядности решения и облегчения обработки результатов расчета целесообразно использовать относительные единицы, определяемые соотношениями

$$\bar{V} = V / V_n \quad (3)$$

$$\bar{a} = a / a_n \quad (4)$$

$$\bar{r} = r / r_n \quad (5)$$

$$\bar{F} = \frac{F}{(m_1 + m_2 + m_3)a_n} \quad (6)$$

Введя относительное время

$$\tau = \frac{t a_n}{V_n} = \frac{t}{t_A + t_B} \quad (7)$$

где  $t_A$  и  $t_B$  – длительности участков оптимальной диаграммы [1].

Заданный закон изменения момента двигателя в упомянутых относительных единицах может быть записан в виде

$$\bar{F} = k_1 \frac{\tau}{\tau_A} + k_2 + \bar{F}_{g1} - \bar{F}_{g3} \quad (8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \tau_a &= \frac{t_A}{t_A + t_B} = \frac{a_n^2}{r_n V_n} \\ \bar{F}_{gi} &= \frac{m_i g}{(m_1 + m_2 + m_3)a_n} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Расчет диаграммы движения проводится при различных сочетаниях параметров механической части лифта. Для получения универсальных зависимостей при варьировании параметров следует задавать не абсолютные, а относительные величины:

– частоты собственных колебаний ветви «кабина – канатопроводящий шкив»  $\Omega_{12} = \sqrt{C_{12} \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}$ ; коэффициентов

распределения масс  $\gamma_{12} = \frac{m_1 + m_2}{m_2}$ ;  $\gamma_{23} = \frac{m_2 + m_3}{m_2}$ ; отношений длин ветвей

$\lambda = l_{12} / l_{23}$  каната

; коэффициентов демпфирования колебаний  $\zeta_{12} = \frac{\Omega_{12} T_{12}}{2}$  и

$$\zeta_{23} = \frac{\Omega_{23} T_{23}}{2}.$$

Здесь  $\Omega_{23}$  – частота собственных колебаний ветви «канатопроводящий шкив – противовес», рассчитываемая по соотношению,

$$\Omega_{23} = \sqrt{\Omega_{12}^2 \frac{\gamma_{23}(\gamma_{12} - 1)\lambda}{(\gamma_{23} - 1)\gamma_{12}}} \quad (10)$$

которое получено при допущении, что модуль упругости  $E_k$  и сечение  $S_k$  одинаковы для обеих ветвей каната [6]. Следует отметить, что коэффициенты демпфирования не являются совершенно независимыми параметрами, поскольку зависят от длины ветви каната и, следовательно, коррелируют с величинами  $\Omega_{12}$  и  $\lambda$ . Однако, эта зависимость не поддается аналитическому описанию, в связи с чем эти параметры рассматривались как независимые. Их влияние на величины максимальных ускорения и рывка невелико [7].

С учетом введенных допущений система уравнений, описывающая динамику трехмассовой системы лифта, может быть представлена в виде

$$\begin{cases} \frac{d\bar{V}}{d\tau} = \frac{z_1}{\gamma_{12} - 1} \bar{F}_{12} - \frac{g}{a_n}, \\ \frac{d\bar{V}_{\text{кш}}}{d\tau} = \frac{z_1}{1} (\bar{F} - \bar{F}_{12} + \bar{F}_{23}), \\ \frac{d\bar{V}_{\text{пр}}}{d\tau} = \frac{g}{a_n} - \frac{z_1}{\gamma_{23} - 1} \bar{F}_{23}, \\ \frac{d\bar{F}_{12}}{d\tau} = \frac{z_{12}^2}{z_1} \frac{\gamma_{12} - 1}{\gamma_{12}} (\bar{V}_{\text{кш}} - \bar{V}) + 2\xi_{12} z_{12} \left[ (\gamma_{12} - 1) \frac{1}{\gamma_{12}} \left( \bar{F} + \bar{F}_{23} + \frac{1}{z_1} \frac{g}{a_n} \right) - \bar{F}_{12} \right], \\ \frac{d\bar{F}_{23}}{d\tau} = \frac{z_{23}^2}{z_1} \frac{\gamma_{23} - 1}{\gamma_{23}} (\bar{V}_{\text{пр}} - \bar{V}_{\text{кш}}) + 2\xi_{23} z_{23} \left[ \frac{\gamma_{23} - 1}{\gamma_{23}} \left( \bar{F}_{12} - \bar{F} + \frac{1}{z_1} \frac{g}{a_n} - \bar{F}_{23} \right) \right] \end{cases} \quad (11)$$

где

$$z_1 = \gamma_{12} + \gamma_{23} - 1, \quad (12)$$

$$z_{12} = \Omega_{12} (t_A + t_B), \quad (13)$$

$$z_{23} = \Omega_{23} (t_A + t_B) \quad (14)$$

Решение уравнений (11) может осуществляться одним из известных численных методов методом Рунге–Кутты [8]. Величины коэффициентов демпфирования  $\xi_{12}$  и  $\xi_{23}$  при этом предлагается принимать равными 0,05 [7]. На рис. 2 – 4 представлены расчетные зависимости максимального ускорения кабины лифта от параметров трехмассовой системы. Поскольку расчет приведен в относительных единицах и варьируемые параметры также выражены в обобщенных относительных величинах, то полученные зависимости имеют универсальный характер. Они могут быть использованы для оценки влияния упругих связей на величину максимального ускорения в электроприводах лифтов, характеризующихся весьма широкими сочетаниями фактических параметров. При наличии регулятора,

реализующего заданный закон изменения скорости канатоведущего шкива

$$v_{\text{кш}} = k_1 \frac{r_{\text{н}}}{2} t^2 + k_2 a_{\text{н}} t + k_3 \frac{a_{\text{н}}^2}{2r_{\text{н}}} + k_4 V_{\text{н}} \quad (16)$$

при расчете фактической диаграммы движения уравнения (1) могут быть разделены на две независимых группы

$$\left. \begin{aligned} m_1 \frac{dV}{dt} &= F_{12} - m_1 g - F_{c1}, \\ \frac{dF_{12}}{dt} &= C_{12} (V_{\text{кш}} - V) + C_{12} T_{12} \frac{d(V_{\text{кш}} - V)}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} m_3 \frac{dV_{\text{мп}}}{dt} &= m_3 g - F_{23} - F_{c3}, \\ \frac{dF_{23}}{dt} &= C_{23} (V_{\text{мп}} - V_{\text{кш}}) + C_{23} T_{23} \frac{d(V_{\text{мп}} - V_{\text{кш}})}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Учитывая выражения (3) – (6), соотношение

$$\vartheta = \Omega_{\delta} t = \tau \frac{V_{\text{н}}}{T_{\delta} a_{\text{н}}} = \tau \frac{t_A + t_B}{T_{\delta}}, \quad (19)$$

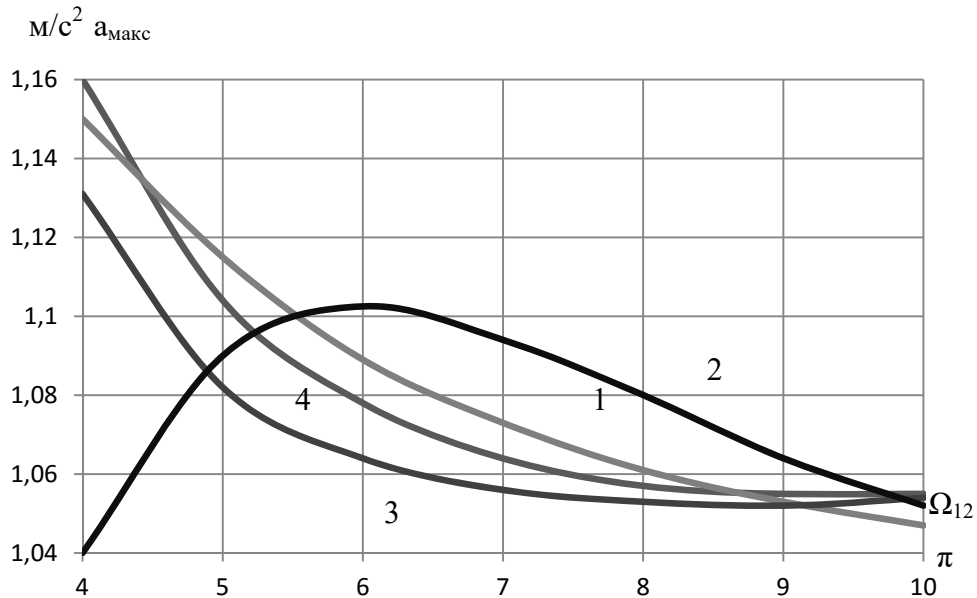


Рисунок 2 – Зависимость максимального ускорения кабины от частоты  $\Omega_{12}$  при обработке заданного перемещения 1 –  $\gamma_{12} = 2,0$ ;  $\gamma_{23}/\gamma_{12} = 1,25$ ;  $\lambda = 1,0$ ; 2 –  $\gamma_{12} = 2,0$ ;  $\gamma_{23}/\gamma_{12} = 0,85$ ;  $\lambda = 2,0$ ; 3 –  $\gamma_{12} = 2,0$ ;  $\gamma_{23}/\gamma_{12} = 0,85$ ;  $\lambda = 0,5$ ; 4 –  $\gamma_{12} = 3,0$ ;  $\gamma_{23}/\gamma_{12} = 0,85$ ;  $\lambda = 0,5$

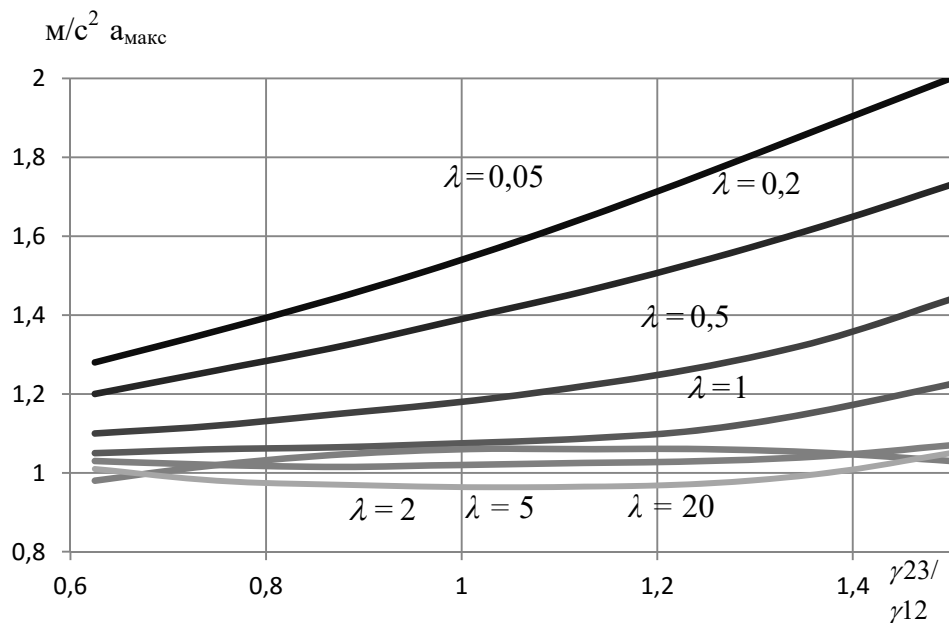


Рисунок 3 – Зависимость максимального ускорения от параметров лифтового подъемного механизма:  $\Omega_{12} = 4\pi$ ,  $\gamma_{13} = 3$

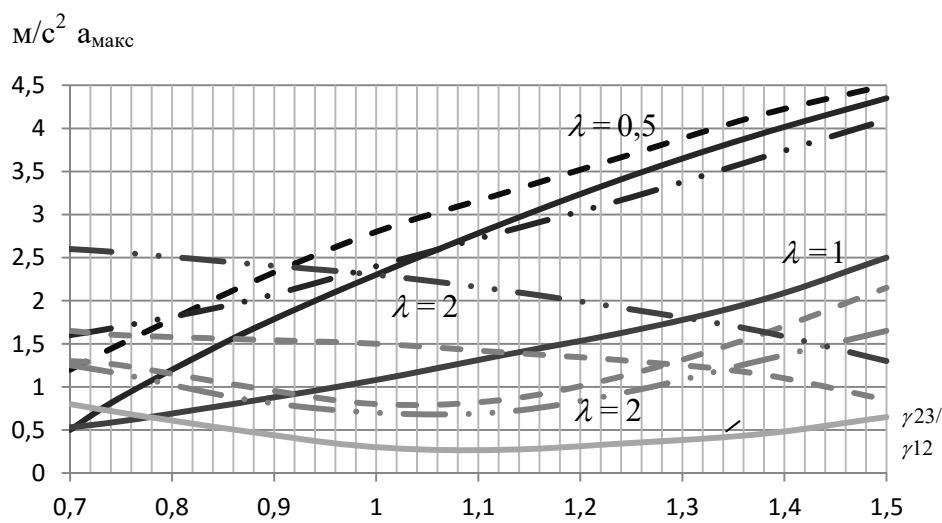


Рисунок 4 – Зависимость максимального ускорения от параметров лифтового подъемного механизма  $\Omega_{12} = 4\pi$ ,

$$\overline{\gamma_{12}} = 2; \quad \overline{\gamma_{12}} = 5; \quad \overline{\gamma_{13}} = 10$$

а также то, что в рассматриваемом случае  $\Omega_{\delta} = \Omega_{01}$ , решение уравнений (17) может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \bar{F}_{12} = & \frac{m_1}{m_1+m_2+m_3} \left[ k_2+k_1 \frac{t}{t_A} \right] + \bar{F}_{C1} + \\ & + \bar{F}_{g1} + \bar{F}_m \left[ \sin \left( \sqrt{1-\zeta^2} \Omega_{01} t + \bar{\Psi}' \right) \exp \left( -\zeta \Omega_{01} t \right) \right]; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \bar{V} = & \bar{V}_0 + k_2 \frac{t}{t_A+t_B} + k_1 \frac{t^2}{2t_A(t_A+t_B)} - \frac{T_{01}}{t_A+t_B} \frac{m_1}{m_1+m_2+m_3} \bar{F}_m x \\ & x \left[ \sin \left( \sqrt{1-\zeta^2} \Omega_{01} t + \bar{\Psi}' + \delta \right) \exp \left( -\Omega_{01} t \zeta \right) - \sin \left( \bar{\Psi}' + \delta \right) \right], \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$\bar{F}_m = \frac{m_1}{m_1+m_2+m_3} \sqrt{\frac{q_1^2+q_2^2-2\cos\delta q_1 q_2}{1-\zeta^2}}, \quad (22)$$

$$q_1 = \frac{m_1}{m_1+m_2+m_3} \left[ \bar{F}_{12} - \bar{F}_{g1} - \bar{F}_{c1} - k_2 \right], \quad (23)$$

$$q_2 = -\bar{V}_0 \frac{t_A+t_B}{T_{01}} - k_1 \frac{T_{01}}{t_A} + k_1 \frac{t_A+t_B}{T_{01}} + k_2 \frac{t_A}{T_{01}}, \quad (24)$$

$$\bar{\Psi}' = \arcsin \left( \frac{q_1}{F_m} \frac{m_1+m_2+m_3}{m_1} \right). \quad (25)$$

#### Законы изменения относительных ускорения и рывка

$$\begin{aligned} \bar{a} = & k_2+k_1 \frac{t}{t_A} + \bar{F}_m \frac{m_1+m_2+m_3}{m_1} + \\ & + \left[ \sin \left( \sqrt{1-\zeta^2} \Omega_{01} t + \bar{\Psi}' \right) \exp \left( -\zeta \Omega_{01} t \right) \right] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \bar{r} = & k_1 - \bar{F}_m \frac{t_A}{T_{01}} \frac{m_1+m_2+m_3}{m_1} \left[ -\sin \left( \bar{\Psi}' - \delta \right) + \right. \\ & \left. + \sin \left( \sqrt{1-\zeta^2} \Omega_{01} t + \bar{\Psi}' - \delta \right) \exp \left( -\zeta \Omega_{01} t \right) \right] \end{aligned} \quad (27)$$

#### ВЫВОДЫ:

Полученные, аналитические соотношения и графические зависимости, характеризующие влияние упругих связей на движение лифтовых подъемных механизмов – универсальны. Они могут быть использованы, как для количественной оценки влияния упругих связей на диаграмму движения кабины произвольных пассажирских лифтов, так и при синтезе их параметров и законов управления.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Бойко, А. А. Синтез и анализ диаграмм движения лифтовых подъемных механизмов / А. А. Бойко // Інформаційні технології в освіті, науці та виробництві. Збірник наукових праць. — Вип. 4 (5). — Одеса: Бахва, 2013. — С. 83 — 91.
2. Добробаба, Ю. П. Анализ влияния упругости троса на динамику электроприводов лифтов при типовой тахограмме двигателя / Ю. П. Добробаба, А. И. Сафронович, С. А. Воеводов // Труды КубГТУ. — Т. 14. — Краснодар: [КубГТУ], 2002. — С. 126 — 135. — (Серия: Энергетика; вып. 3).
3. Бойко, А. А. Синтез расчетных схем лифтовых подъемных механизмов / А. А. Бойко, А. Н. Бесараб, І. І. Тищенко, О. С. Коняхіна // Матеріали XVIII Всеукраїнської науково-практичної конференції «Сучасна освіта і наука в Україні: традиції та інновації». — К.: Нова освіта, 2014. — С. 145 — 150.
4. Каминская, Д. А. Демпфирование приводом стационарных колебаний скорости механизма / Д. А. Каминская // Горный журнал. — 1982. — № 11. — С. 119 — 123.
5. Бабаков, И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. — М.: Наука, 1988. — 559 с.
6. Бидерман, В. Л. Теория механических колебаний [учеб. для ВУЗов] / Вадим Львович Бидерман. — М.: Высшая школа, 1980. — 408с.
7. Борцов, Ю. А. Влияние упругих звеньев и зазоров механических передач на работу промышленных установок и динамику электроприводов / Ю. А. Борцов, А. И. Бычков // Известия Ленинградского электротехнического института. — № 138. — Иваново: [ИГЭСУ им. В.И.Ленина], 1974. — С. 40 — 44.
8. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. — М.: Наука, 1981. — 720 с.