



ISSN 2311-0368 (Print)  
ISSN 2409-1049 (Online)

# Підйомно-транспортна техніка

# Подъёмно-транспортная техника

# Hebezeuge und Fördermittel

3(55)  
2017

**ISSN 2311-0368 (Print)  
ISSN 2409-1049 (Online)**

**НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ТА ВИРОБНИЧИЙ ЖУРНАЛ**

**Підйомно-транспортна техніка**

**3(55)**

**Подъемно-транспортная техника**

**2017**

**Hebezeuge und Fördermittel**

**виходить чотири рази на рік**

**ЗАСНОВАНИЙ У ВЕРЕСНІ 2001 РОКУ**

**Засновник: Одеський національний політехнічний університет,  
Підйомно-транспортна академія наук України**

***Редакційна колегія***

Бойко А.О. – доктор технічних наук, доцент  
Григоров О.В. – доктор технічних наук, професор  
Дащенко О.Ф. – доктор технічних наук, професор  
Колісник М.П. – кандидат технічних наук, професор  
Крупко В.Г. – кандидат технічних наук, доцент  
Ловейкін В.С. – доктор технічних наук, професор  
Малащенко В.О. – доктор технічних наук, професор  
Мартовицький Л.М. – кандидат технічних наук, доцент  
Михайлов Є.П. – кандидат технічних наук, доцент  
Ракша С.В. – доктор технічних наук, професор  
Семенюк В.Ф. – доктор технічних наук, професор  
Ситник М.П. – доктор технічних наук  
Смирнов Г.Ф. – кандидат технічних наук, професор  
Суглобов В.В. – доктор технічних наук, професор

**Головний редактор: Семенюк В.Ф.**

**Заступник головного редактора: Смирнов Г.Ф.**

**Відповідальний секретар редакції: Вудвуд О.М.**

Журнал зареєстрований Міністерством юстиції України 13 вересня 2001 р.  
Реєстраційний номер КВ-5475 і входить у перелік наукових видань України, в яких публікуються результати дисертаційних робіт на присудження наукових ступенів доктора і кандидата технічних наук (постанова президії ВАК - липень 2010 року, поновлено наказом МОН України №996 від 11.07.2017).

Друкується за рішенням вченого ради Одеського національного політехнічного університету (протокол № 2 від 24.10.2017).

Адреса редакції: 65044, м. Одеса,

пр. Шевченка 1, ОНПУ

Тел.. (048) 705-85-50, 705-85-49.

E-mail: uni06450@gmail.com

Електронна версія журналу – <http://ptt-journals.net>

Здано у набір 10.11.2017.

Підписано до друку 17.11.2017.

Формат 17x26. Тираж 100.



**ЗМІСТ**

Малащенко В.О., Семенюк В.Ф. <b>ДО 20-РІЧЧЯ ЛЬВІВСЬКОГО ВІДДІЛЕННЯ ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ.....</b>	4
 Неженцев А.Б., Бойко Г.А., Збитнев П.В. <b>АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК ПРИ ТОРМОЖЕНИИ МОСТОВЫХ КРАНОВ С ЧАСТОТНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ ПРИВОДОВ ПЕРЕДВИЖЕНИЯ.....</b>	8
 Скрипник В.С. <b>ОПТИМИЗАЦИОННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СОСТАВНЫХ ШКИВОВ ЛЕНТОЧНО-КОЛОДОЧНОГО ТОРМОЗА ПРИ ИХ ВОЗДУШНО-ЖИДКОСТНОМ ОХЛАЖДЕНИИ.....</b>	21
 Малащенко В.О., Коруняк П.С., Ніщенко І.І. <b>ВІБРАЦІЙНЕ ПЕРЕСУВАННЯ ПО ШОРСТКІЙ ПОВЕРХНІ.....</b>	33
 Чаюн И.М. <b>ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОДЪЕМНОГО КАНАТА С УЧЕТОМ МЕЖЭЛЕМЕНТНОГО ТРЕНИЯ.....</b>	40
 Михайлов Е.П., Скринник А.І. <b>ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСОБІВ ЛОКАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЇ МОБІЛЬНИХ РОБОТІВ.....</b>	55
 Венцель Е.С., Щукин А.В., Орел А.В. <b>УРАВНЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗНАШИВАНИЯ ТРИБОСОПРЯЖЕНИЙ С ПОЗИЦИЙ НЕРАВНОВЕСНОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ.....</b>	62

Малащенко В.О.<sup>1</sup>, д.т.н.; Семенюк В.Ф.<sup>2</sup>, д.т.н.

<sup>1</sup>Національний університет «Львівська політехніка»

<sup>2</sup>Одеський національний політехнічний університет

## ДО 20-РІЧЧЯ ЛЬВІВСЬКОГО ВІДДІЛЕННЯ ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

Підйомно-транспортна Академія наук України (ПТАНУ) заснована 10 вересня 1996 року і у липні 1997 року зареєстрована Міністерством юстиції України як самостійна всеукраїнська громадська організація. Вона об'єднує провідних спеціалістів-професіоналів у галузі підйомно-транспортної техніки, що працюють в навчальних, науково-виробничих організаціях України, Росії, Білорусії, Польщі, Німеччини, Угорщини, Румунії, Вірменії.

Основу академії складають 14 регіональних відділень, які сформовані за територіальним принципом, зважаючи на наявність науково-технічних кадрів і вагомість їх внеску у реалізацію поставленої мети і завдань Академії.

На цей час дійсними членами і членами-кореспондентами є 499 спеціалістів. З них – 104 доктори технічних наук (у тому числі 23 закордоних), 214 кандидатів технічних наук, 181 – спеціалісти виробництва і спеціалізованих організацій.

Львівське відділення ПТАНУ є одним з найбільших в Україні. Воно було започатковане у 1996 році на базі кафедри деталей машин Національного університету «Львівська політехніка» і має у своєму складі як індивідуальних так і колективних членів.

Основний науковий напрямок Львівського відділення ПТАНУ – навантажувальна здатність і динаміка машин і споруд циклічної дії.

Основні вагомі здобутки Львівського відділення за 2013-2017 роки.

### Господоговори та держбюджетні розробки:

1. Дослідження кінематичних параметрів та навантажувальної здатності опорно-поворотного пристрою (ОПП) автокранів. 01.09. 2012 – 31.12.2013 р. керівник – д.т.н., проф.. Малащенко В.О. (Впроваджено на підприємстві „ПоЛьві” та Дрогобицькому автокрановому заводі).

2. Комп’ютерні та експериментальні дослідження експлуатаційних характеристик ОПП автокранів. 01.02. 14 – 31.03. 16 р. керівник – д.т.н., проф. Малащенко В.О. (Впроваджено на підприємстві „ПоЛьві” та Дрогобицькому автокрановому заводі).

3. Розрахунки конструкцій кузова трамвая T5L64 щодо міцності його силової структури згідно з Правилами №66-02 ЄУК ООН»

---

© Малащенко В.О., Семенюк В.Ф.

відповідно до господоговору № 1913 від 15.05.2013 р. на замовлення ТЗОВ «Спільне українсько-німецьке підприємство «Електротранс». Обсяг – 35 тис. грн., керівник – д.т.н., проф. Харченко Є.В.

4. Протягом 2013–2014 років д.т.н., проф. Харченко Є.В. здійснював керівництво науково-дослідною роботою «Розроблення методів аналізу пружно-пластичного деформування і оцінки міцності магістральних трубопроводів з урахуванням наявності дефектів матеріалу» (держбюджетна тема ДБ «Ідея», № державної реєстрації 0113U001349). Виконання теми завершене у грудні 2014 року. Обсяг – 139,2 тис. грн.

Захищена одна докторська та вісім кандидатських дисертаций, серед них:

- докторська: Поліщук Л.К. на тему: «Динаміка привідних систем і стрілових конструкцій стрічкових конвеєрів мобільних машин», захист 2017 р., науковий консультант Харченко Є.В.

- кандидатська: Федик В.В. на тему: «Вплив геометричних параметрів на навантажувальну здатність опорно–поворотних пристрій автокранів», захист 2016 р., науковий керівник Малащенко В.О.

- кандидатська: Носов Ю. Є. на тему: «Вплив нестационарних процесів у привідних системах на динаміку щоглових конструкцій підймальних пристрій», захист 2014 р., науковий керівник Харченко Є.В.

### **Монографії:**

1. Малащенко В. О., Гашук П. М., Сороківський О. І., Малащенко В. В. Кулькові муфти вільного ходу: Монографія. — Львів: Новий Світ — 2000. — 212 с.

2. Б.І. Кіндрацький. Програмне регулювання виробничих процесів на підприємствах автомобільного транспорту: Монографія / Б. І. Кіндрацький, О. Л. Мастикаш. — Львів: КІНПАТРІ ЛТД, 2012. — 120 с.

3. Kharchenko Yevhen, Nosov Yuriy. Influence of nonstationary loads on the durability of elements of the building lifting device // Energia w nauce i technice 2012 / Monografia. — Białystok-Kleosin: Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2012. — S. 102–116.

4. Kuzio Ihor, Kharchenko Yevhen, Kunta Olha. Modeling of vibrations of A-shaped mast structures of rigs in column plane // Energia w nauce i technice 2012 / Monografia. — Białystok-Kleosin: Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2012. — S. 117–132.

5. Малащенко В.О., Стрілець В.М., Стрілець О.Р. Методи графічних розрахунків пружних шпонкових з'єднань. — Рівне, видав. НУВГП, 2013. — 80 с.

- 
6. Малащенко В.О., Похольчук І.В., Стрілець В.М. Торцеві ущільнення підвищеної герметичності. – Рівне: Видав. НУВГП, 2014. – 130 с.
  7. Yevhen Kharchenko, Khrystyna Vysotska, Roman Kovalchuk. The starting process research for textile rewinding machine // Energia w nauce i technice 2014. – Białystok-Kleosin: Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2014. – S. 42–61. – ISBN 978-83-62582-65-5.
  8. Sylwester Kłysz, Janusz Lisiecki, Dominik Nowakowski, Yevhen Kharchenko. Opis propagacji pęknień w stopie AL 2024-T4 // Energia w nauce i technice 2014. – Białystok-Kleosin: Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2014. – S. 62–74. – ISBN 978-83-62582-65-5.
  9. Малащенко В.О., Стрілець О. Р., Стрілець В. М. Спеціальні шпонкові з'єднання. – Рівне. НУВГП, 2015. – 137 с.
  10. Малащенко В.О., Куновський Г.П. Навантажувальна здатність великомасових систем. – Львов, Видав. Новий Світ-2000, 2016. 150 с.

**Підручники з грифом МОН України:**

1. Малащенко В.О. Деталі машин. – Львів, Новий Світ – 2000, 2014. – 192 с.
2. Малащенко В.О. Деталі машин. Підручник. – Львів, Новий Світ – 2000, 2015. – 196 с.(2-е видання).

**Навчальні посібники:**

1. Малащенко В.О., Янків В.В. Деталі машин. Проектування елементів механічних приводів. – Львів, Новий Світ – 2000, 2013. – 264 с.
2. Малащенко В.О., Стрілець В.М., Стрілець О.Р. Методи графічних розрахунків деталей машин. – Рівне, видав. НУВГП, 2013. – 320 с.
3. Малащенко В.О., Стрілець В.М., Стрілець О.Р., Новіцький Я.М. Деталі машин і підйомно-транспортне обладнання. – Рівне, НУВГ, 2017. – 347 с.
4. Кодра Ю. В., Стоцько З. А., Гаврильченко О. В. Завантажувальні пристрої технологічних машин. Розрахунок і конструювання: Навч. посібник / За ред. З. А. Стоцька. — Львів : Видавництво «Бескид Біт», 2008. — 356 с.
5. Обладнання та прогресивні методи формоутворення деталей: навч. посіб. [для студ.баз. напрямів «Інж. механіка» і «Машинобудування» / В.В. Ступницький, І.Є. Грицай, А.М. Сліпчук ; Національний університет «Львівська політехніка». — Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. — 338 с.

6. Кузьо І.В. Теоретична механіка. Динаміка: навч. посіб. для вищ. техн. навч. закл. III-IV рівнів акредитації. Кн. 1 / І.В. Кузьо, Т.-Н.М. Ванькович, Я.А. Зінько. - Львів: Растр-7, 2012. - 444 с.

7. Кузьо І.В. Теоретична механіка. Динаміка: навч. посіб. для вищ. техн. навч. закл. III-IV рівнів акредитації. Кн. 2 / І.В. Кузьо, Т.-Н.М. Ванькович, Я.А. Зінько. - Львів: Растр-7, 2012. - 338 с.

8. Форнальчик, Є. Ю. Основи технічного сервісу транспортних засобів : навч. посіб. / Є. Ю. Форнальчик, Р. Я. Качмар ; Нац. ун-т "Львів. політехніка". - Львів : Вид-во Львів. політехніки, 2014. - 303 с.

Опубліковано 24 наукові статті у наукових періодичних виданнях, що входять у наукометричну базу і 109 статей у наукових фахових виданнях України.

Отримано 57 патентів на винаходи, серед них:

1. Патент 71873 Україна, МПК F 16 D 13/00, F 16 D 13/38, F 16 D 13/52, F 16 D 43/00. Муфта зчеплення інерційно-фрикційна[Текст] / Малащенко В.О., Федорук В.А., Стрілець О.Р., Стрілець В.М.

2. Патент 74313 Україна, МПК F 16 D 3/12. Пружна муфта [Текст]/Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Федорук В.А., Стрілець В.М.

3. Патент №79333 Україна. Опорно-поворотний пристрій. / Малащенко В.О., Гелетій В.М., Федик В.В.

4. Патент 76586 Україна, МПК F 16 D 13/00, F 16 D 3/56 Муфта інерційно-відцентрова пружна [Текст] / Федорук В.А., Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М, Ковальчук Р.В.

5. Патент 85328 Україна, МПК F 16 B 3/00. Спосіб виготовлення пружної призматичної шпонки[Текст] / Стрілець О.Р., Малащенко В.О., Стрілець В.М.

Наведена інформація про діяльність Львівського відділення ПТАНУ дозволяє стверджувати, що Львівське відділення є активним підрозділом ПТАНУ і вносить суттєвий вклад в подальший розвиток підйомно-транспортної техніки і створення високого і промислового потенціалу України.

УДК 621.873

Неженцев А.Б.<sup>1</sup>, к.т.н.; Бойко Г.А.<sup>2</sup>, к.т.н.; Збитнев П.В.<sup>2</sup>, аспирант

<sup>1</sup>Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского»

<sup>2</sup>Восточноукраинский национальный университет им. Владимира Даля

## АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК ПРИ ТОРМОЖЕНИИ МОСТОВЫХ КРАНОВ С ЧАСТОТНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ ПРИВОДОВ ПЕРЕДВИЖЕНИЯ

**Аннотация.** Описана математическая модель мостового крана с частотным управлением электропривода передвижения, а также представлено программное обеспечение для реализации указанной математической модели. Выполнен анализ изменения кинематических и динамических параметров при торможении мостового крана с частотным управлением. Приведены зависимости динамических нагрузок на металлоконструкцию крана и груз, а также времени торможения крана от параметров частотного управления. Даны удобные для практического применения графики разных откликов динамических нагрузок, которые действуют на металлоконструкцию крана и груз при торможении частотно-управляемого мостового крана.

**Ключевые слова:** мостовой кран, математическая модель, переходные процессы, частотное управление, динамические нагрузки

**Анотація.** Описана математична модель мостового крана з частотним керуванням електроприводу пересування, а також представлено програмне забезпечення для реалізації вказаної математичної моделі. Виконано аналіз зміни кінематичних і динамічних параметрів при гальмуванні мостового крана з частотним керуванням. Наведено залежності динамічних навантажень на металлоконструкцію крана та вантаж, а також часу гальмування крана від параметрів частотного керування. Дано зручні для практичного застосування графіки рівних відгуків динамічних зусиль, що діють на металлоконструкцію крана та вантаж при гальмуванні частотно-керованого мостового крана.

**Ключові слова:** мостовий кран, математична модель, переходні процеси, частотне керування, динамічні навантаження

**Abstract.** A mathematical model of an overhead crane with frequency control of an electric drive of movement is described in the article. Software for implementing the mathematical model of a crane is also presented. The analysis of changes in kinematic and dynamic parameters during braking of a bridge crane with frequency control is

© Неженцев А.Б., Бойко Г.А., Збитнев П.В.

---

*performed. Dependences of dynamic loads on the metal structure of the crane and cargo, as well as the time of braking of the crane from the parameters of frequency control are given. The graphs of equal response of the dynamic loads acting on the crane metal structure and the dynamic loads acting on the cargo when braking the frequency-controlled overhead crane are given for practical applications.*

**Keywords:** overhead crane, mathematical model, transients, frequency regulation, dynamic loads

**Постановка проблемы и актуальность исследования.** Все большее грузоподъемных кранов выпускаются с частотно-управляемыми электроприводами, которые имеют бесспорные преимущества по сравнению с традиционным релейно-контакторным управлением: широкий диапазон регулирования частоты вращения ротора (в том числе - выше номинальной); плавность регулирования скорости крановых механизмов; жесткие механические характеристики; незначительные потери электроэнергии; возможность использования более дешевых и надежных короткозамкнутых двигателей вместо двигателей с фазным ротором [1-8 и др.]. Поэтому актуальными являются исследования переходных процессов частотно-управляемых кранов с целью поиска путей улучшения их технико-эксплуатационных характеристик на стадии проектирования или модернизации. В первую очередь это касается процессов торможения кранов, которые осуществляются с помощью частотно-управляемых приводов передвижения.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Несмотря на то, что в работах по общей теории электропривода [1, 2 и др.] частотное управление асинхронным приводом подробно изложено, остаются нерешенными множество задач по частотно-управляемым крановым механизмам. В частности, не изучены закономерности влияния параметров частотного управления на динамические нагрузки в металлоконструкции крана и груза, а также - время торможения крана.

Известно, что в расчетах крановых механизмов передвижения, согласно нормативной методике [9], необходимо учитывать: силы тяжести груза, крана и тележки; ветровые нагрузки рабочего и нерабочего состояния; динамические нагрузки поступательно движущихся масс груза, крана и тележки; динамические моменты вращающихся масс механизма; технологические нагрузки. Для расчета динамических нагрузок применяют разные математические модели грузоподъемных кранов [3, 10-12]. При этом для реализации этих моделей используют или программы общего назначения (MathCAD, Mathematica) [3, 10], которые требуют от пользователя навыков программирования, или созданные исследователями программы не

---

позволяют глубоко (с учетом специфических особенностей, в том числе процессов торможения) исследовать переходные режимы частотно-управляемых кранов [12]. Поэтому целесообразно совершенствовать программное обеспечение, которое позволит всесторонне исследовать кинематические и динамические параметры грузоподъемных кранов с частотно-управляемыми приводами передвижения в пуско-тормозных режимах.

**Цель статьи:** выполнить анализ процессов торможения мостового крана с частотно-управляемым электроприводом передвижения с помощью разработанного программного обеспечения.

#### Изложение основного материала.

**1. Математическая модель.** Для исследования динамики передвижения мостового крана использована трехмассовая расчетная схема (см. рис. 1), которая применялась в работах многих ученых [3, 10-12].

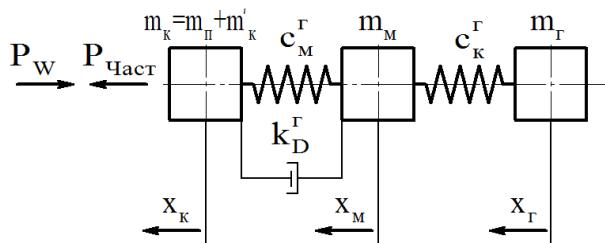


Рисунок 1 - Трехмассовая расчетная схема мостового крана

Движение трехмассовой динамической модели крана (рис. 1) описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m_k \cdot \ddot{x}_k + k_m (\dot{x}_k - \dot{x}_m) + c_m (x_k - x_m) = P_{част} - P_w \cdot sign(\dot{x}_k); \\ m_m \cdot \ddot{x}_m - k_m (\dot{x}_k - \dot{x}_m) - c_m (x_k - x_m) + c_k (x_m - x_g) = 0; \\ m_g \cdot \ddot{x}_g - c_k (x_m - x_g) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

На рис. 1 и в уравнениях (1) приняты обозначения:  $m_k$  – приведенная к ходовым колесам масса вращающихся частей привода (от ротора двигателя к ходовому колесу включительно) и часть массы моста, приведенная к перемещению концевых балок, кг;  $m_m$  – приведенная к середине пролета масса средних частей моста и порожней тележки, кг;  $m_g$  – масса груза, кг;  $c_m$  – коэффициент жесткости металлоконструкции крана в горизонтальной плоскости, Н/м;  $c_k$  – горизонтальная составляющая натяжения грузовых канатов, Н/м;  $k_m$  – коэффициент затухания колебаний металлоконструкции крана в горизонтальной плоскости, Н·с/м;  $x_k$ ,  $x_m$ ,  $x_g$  – пути, которые проходят, соответственно, массы  $m_k$ ,  $m_m$ ,  $m_g$  от начала координат, м;  $P_w$  – сила статического сопротивления передвижению крана, Н;  $P_{част}$  – приведенная к ободу приводных ходовых колес движущая или тормозная сила привода при частотном управлении, Н

$$P_{част} = M \cdot \frac{u_m}{r} \cdot \eta^{\pm 1} = \frac{2 \cdot M_k \cdot (1 + a \cdot s_k)}{\frac{s}{s_k} + 2 \cdot a \cdot s_k} \cdot \frac{u_m}{r} \cdot \eta^{\pm 1}, \quad (2)$$

где  $M$  и  $M_k$  - текущий и критический моменты двигателя, Н·м;  $u_m$  - передаточное число привода;  $r$  - радиус ходового колеса, м;  $\eta^{\pm 1}$  - к.п.д. механизма передвижения крана (в двигательном режиме знак «+», в тормозных – знак «-»);  $s$  и  $s_k$  - текущее и критическое скольжения двигателя;

$$M_k = \frac{3}{2} \cdot \frac{U_1^2}{\omega_{0H} \cdot x_{k,H} \cdot \left[ f_{1*} \cdot \rho_{1k} \pm \sqrt{(f_{1*}^2 + \rho_{1k}^2) \cdot (f_{1*}^2 + \rho_{1\mu}^2)} \right]}; \quad (3)$$

$$s_k = \pm \frac{R'_2}{f_{1*} \cdot x_{k,H}} \cdot \sqrt{\frac{f_{1*}^2 + \rho_{1\mu}^2}{f_{1*}^2 + \rho_{1k}^2}}; \quad (4)$$

$a$  – коэффициент, который определяется по формуле

$$a = \frac{R_1 \cdot f_{1*}^2}{R'_2 \cdot (f_{1*}^2 + \rho_{1\mu}^2)}; \quad (5)$$

$U_1$  - текущее значение фазного напряжения, В;  $\omega_{0H}$  - синхронная скорость двигателя при номинальной частоте  $f_{1H} = 50$  Гц, рад/с;  $x_{k,H} = x_1 + x'_2$  - индуктивное фазное сопротивление короткого замыкания при номинальной частоте ( $x_1$  и  $x'_2$  - соответственно, индуктивное фазное сопротивление обмоток статора и ротора, приведенное к обмотке статора), Ом;  $f_{1*} = f_1/f_{1H}$  - относительная частота тока статора ( $f_1$  и  $f_{1H}$  - текущее и номинальное значения частоты тока статора, соответственно, Гц);  $R_1$  и  $R'_2$  - активное фазное сопротивление обмоток статора и ротора, приведенное к обмотке статора, Ом;  $\rho_{1k} = R_1/x_{k,H}$  и  $\rho_{1\mu} = R_1/x_{\mu H}$  - относительные величины ( $x_{\mu H}$  - индуктивное сопротивление контура намагничивания при номинальной частоте, Ом).

Для обеспечения постоянства перегрузочной способности двигателя, значение фазного напряжения необходимо поддерживать согласно закону:

$$U_1 = U_{1H} \cdot \sqrt{\frac{f_{1*} \cdot \rho_{1k} \pm \sqrt{(f_{1*}^2 + \rho_{1k}^2) \cdot (f_{1*}^2 + \rho_{1\mu}^2)}}{\rho_{1k} \pm \sqrt{(1 + \rho_{1k}^2) \cdot (1 + \rho_{1\mu}^2)}} \cdot \frac{M_c}{M_H}}, \quad (6)$$

где  $U_{1H}$  - номинальное значение фазного напряжения, В;  $M_c$  - момент статического сопротивления на валу двигателя, Н·м;  $M_H$  - номинальный момент двигателя, Н·м.

В формуле (2) знак плюс перед радикалами относится к двигательному режиму, минус - к генераторному. При задании силы привода крана по формуле (2) с учетом (3)-(6) обеспечивается постоянство перегрузочной способности двигателя независимо от характера нагрузки. Механические характеристики асинхронного двигателя механизма передвижения крана при частотном управлении показаны на рис. 2.

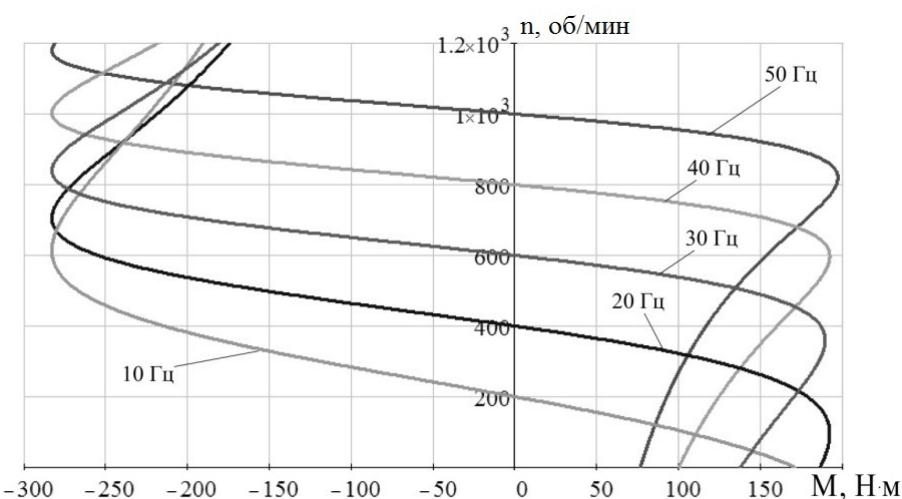


Рисунок 2 - Механические характеристики асинхронного двигателя при частотном управлении

**2. Программное обеспечение.** Для реализации описанной выше математической модели разработана программа для исследования переходных режимов (пусковых и тормозных) при работе механизмов передвижения частотно-управляемых мостовых кранов, представленных в виде многомассовых расчетных схем. Язык разработки - объектно-ориентированная среда C# (C Sharp).

Блок-схема укрупненного алгоритма работы программы приведена на рис. 3. В результате работы программы на экран выводятся до пяти окон, содержащих графики (в функции времени), которые характеризуют изменение: перемещений, скоростей и ускорений приведенных масс; усилий, возникающих в упругих звеньях (приводе механизма, металлоконструкции и грузовых канатах). Кроме того, в окне с результатами выводится информационная панель с основными параметрами крана и переходного процесса, а также - максимальные значения указанных величин и время их возникновения для каждого из этапов переходного процесса (рис. 4).



Рисунок 3 - Укрупненная блок-схема программы

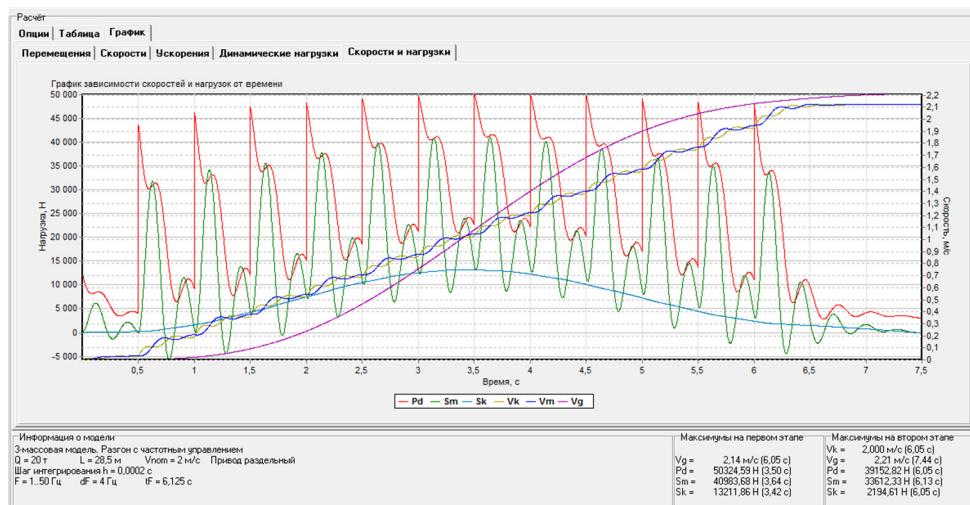


Рисунок 4 – Окно «Скорости и нагрузки» с результатами численного интегрирования типичного переходного процесса мостового крана

**3. Анализ динамических нагрузок при торможении мостового крана с частотным управлением.** С помощью разработанной компьютерной программы и теории планирования эксперимента был проведен анализ тормозных процессов мостового крана грузоподъемностью 20/5 т с частотно-управляемым электроприводом передвижения, а также построены полиномиальные модели динамических нагрузок и времени торможения крана.

В качестве варьируемых факторов были выбраны (см. табл. 1): время работы частотного преобразователя  $T_B$  на одной частоте, шаг изменения частоты  $h_C$ , скорость передвижения крана  $V_m$ , на которой выключается двигатель и срабатывает колодочный тормоз.

Для оценок максимальных горизонтальных динамических нагрузок и времени торможения мостового крана была выбрана полиномиальная модель второго порядка:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i z_i + \sum_{i,l=1; i \neq l}^k b_{il} z_i z_l + \sum_{i=1}^k b_{ii} (z_i)^2, \quad (7)$$

где  $\hat{y}$  - оценка параметра, который аппроксимируется полиномом;  $b_0, b_i, b_{ii}, b_{ij}$  - коэффициенты регрессии;  $k$  - число факторов.

Таблица 1 - Уровни факторов и интервалы их варьирования  
для мостового крана г/п 20/5 т.

Область определения факторов	$T_B$ , с	$h_I$ , Гц	$V_m$ , м/с
Код ( $z_i$ )	$z_1$	$z_2$	$z_3$
Основной уровень (код 0)	0,20	1,5	0,6
Интервал варьирования ( $\Delta z_i$ )	0,025	1,0	0,4
Верхний уровень (код +1)	0,225	2,5	1,0
Нижний уровень (код -1)	0,175	0,5	0,2
Звездная точка (код +1)	0,225	2,5	1,0
Звездная точка (код -1)	0,175	0,5	0,2
Дополнительная звездная точка (код +0,5)	0,2125	2,0	0,8
Дополнительная звездная точка (код -0,5)	0,1875	1,0	0,4

Поскольку число факторов  $k = 3$ , то общее число коэффициентов математической модели (7) равно

$$\lambda = \frac{(k+1) \cdot (k+2)}{2} = \frac{(3+1) \cdot (3+2)}{2} = 10, \quad (8)$$

а модель примет вид:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_0 + b_1 \cdot z_1 + b_2 \cdot z_2 + b_3 \cdot z_3 + b_{12} \cdot z_1 \cdot z_2 + b_{13} \cdot z_1 \cdot z_3 + \\ & + b_{23} \cdot z_2 \cdot z_3 + b_{11} z_1^2 + b_{22} z_2^2 + b_{33} z_3^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Для проведения регрессионного анализа необходимо выбрать план проведения эксперимента. Поскольку эксперимент и регрессионный анализ проводятся на ЭВМ, то сложность обработки результатов эксперимента и число опытов плана не является главным критерием при выборе плана.

Воспользуемся планом второго порядка, построенным на основе квази- $D$ -оптимального плана типа  $B_K$  [13]. Эти планы по величине определителя информационной матрицы и максимальной по кубу дисперсии предсказанных значений регрессионной функции сравнительно мало отличаются от  $D$ -оптимальных планов, а по

минимальной и средней дисперсии даже имеют некоторое преимущество.

Общее число опытов плана  $B_K$  определяется формулой:

$$N_B = N_1 + 2k, \quad (10)$$

где  $N_1 = 2^k$  - число опытов ядра плана, которое является полным факторным экспериментом при варьировании факторов на двух уровнях;  $2k$  - число опытов в звездных точках плана.

План, построенный на базе плана  $B_3$ , представлен в таблице 2 (графы 2-4). В графах 5-7 показаны натуральные значения кодированных факторов, а в графах 8-10 показаны результаты компьютерного эксперимента, расчетные значения и их разность для динамических нагрузок  $P_M$  в металлоконструкции крана.

**Таблица 2 - Динамические нагрузки  $P_M$  в металлоконструкции мостового крана г/п 20/5 т при торможении с частотным управлением**

№ опыта	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$T_B$ , с	$h_Q$ , Гц	$V_m$ , м/с	$P_M$ , кН	$\hat{P}_M$ , кН	$\Delta P_M$ , кН
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
1	1	1	1	0,225	2,5	1,0	-37,4	-38,1	0,7
2	1	1	-1	0,225	2,5	0,2	-43,8	-43,9	0,1
3	1	-1	1	0,225	0,5	1,0	-33,2	-34,2	1,0
4	1	-1	-1	0,225	0,5	0,2	-30,1	-30,8	0,7
5	-1	1	1	0,175	2,5	1,0	-40,0	-40,4	0,4
6	-1	1	-1	0,175	2,5	0,2	-46,8	-46,2	-0,6
7	-1	-1	1	0,175	0,5	1,0	-31,2	-31,9	0,7
8	-1	-1	-1	0,175	0,5	0,2	-28,6	-28,6	0,0
9	0	0	0	0,20	1,5	0,6	-27,6	-28,2	0,6
10	1	0	0	0,225	1,5	0,6	-29,5	-28,2	-1,3
11	-1	0	0	0,175	1,5	0,6	-28,5	-28,2	-0,3
12	0	1	0	0,20	2,5	0,6	-42,6	-41,7	-0,9
13	0	-1	0	0,20	0,5	0,6	-32,0	-30,9	-1,1
14	0	0	1	0,20	1,5	1,0	-27,6	-28,1	0,5
15	0	0	-1	0,20	1,5	0,2	-27,6	-29,3	1,7
16	0,5	0	0	0,213	1,5	0,6	-27,8	-28,2	0,4
17	-0,5	0	0	0,188	1,5	0,6	-28,2	-28,2	0,0
18	0	0,5	0	0,20	2,0	0,6	-35,5	-32,9	-2,6
19	0	-0,5	0	0,20	1,0	0,6	-30,8	-27,5	-3,3
20	0	0	0,5	0,20	1,5	0,8	-27,6	-28,0	0,4
21	0	0	-0,5	0,20	1,5	0,4	-27,6	-28,6	1,0

По аналогичной методике были проведены компьютерные эксперименты для динамических нагрузок  $P_K$ , действующих на груз, а также для времени торможения крана  $t_m$  с частотным управлением привода передвижения крана.

После обработки результатов компьютерного эксперимента были рассчитаны коэффициенты регрессии и получены аппроксимирующие полиномы (11-13) для расчета и исследования динамических нагрузок  $P_M$  и  $P_K$ , а также времени торможения крана  $t_m$ :

$$\hat{P}_M = -28,2 - 5,4Z_2 + 0,6Z_3 + 1,15Z_1Z_2 + 2,3Z_2Z_3 - 8,1Z_2^2 - 0,45Z_3^2; \quad (11)$$

$$\hat{P}_K = -13,5 + 1,25Z_1 - 6,0Z_2 - 0,5Z_3 + 0,6Z_1Z_2 - 2,2Z_2Z_3 - 1,1Z_2^2 - 0,15Z_3^2; \quad (12)$$

$$\hat{t}_m = 6,3 + 0,8Z_1 - 5,3Z_2 - 0,7Z_3 - 0,7Z_1Z_2 - 0,3Z_1Z_3 + 1,6Z_2Z_3 + 4,26Z_2^2. \quad (13)$$

Поскольку нами проводился компьютерный эксперимент, то проверку адекватности аппроксимирующего полинома невозможно осуществить по традиционному критерию Фишера, поскольку ошибка повторного «опыта» в каждой точке плана и дисперсия опытов равны нулю. Поэтому степень рассеяния оценок уравнений регрессии (11-13) оценивалась коэффициентом вариации по формуле

$$\rho = \frac{1}{y_{cp}} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (y_j - \hat{y}_j)^2}{N - \lambda}}, \quad (14)$$

где  $\lambda$  - число коэффициентов уравнения регрессии;  $\alpha$  - уровень значимости (принятый равным 0,05). Уравнение регрессии считается адекватным, если  $\rho < \alpha$ . В нашем случае величина коэффициента вариации  $\rho$  не превышала 0,05.

Полученные уравнения регрессии (11 - 13) могут использоваться для расчета  $P_M$ ,  $P_K$  и  $t_m$  при любых значениях факторов  $T_B$ ,  $h_q$ ,  $V_m$  в исследованной области их определения. При этом точность расчета динамических нагрузок почти такая же, как и при решении системы дифференциальных уравнений (1). Кроме того, уравнение регрессии позволяют исследовать влияние каждого фактора и их взаимодействие на величину максимальных динамических нагрузок.

На рис. 5, 6 приведены графики переходных процессов при торможении мостового крана г/п 20/5 т при частотном управлении, а на рис. 7-9 - графики зависимостей максимальных динамических нагрузок  $P_M$ ,  $P_K$  и времени торможения крана  $t_m$  от изменения шага частоты преобразователя  $h_q$ .

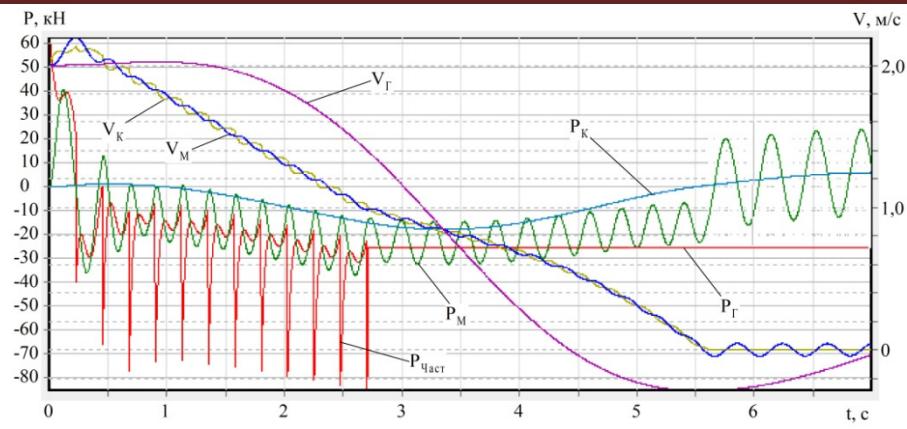


Рисунок 5 - Графики торможения мостового крана г/п 20/5 т при частотном управлении (Опыт №1:  $T_B = 0,225$  с,  $h\zeta = 2,5$  Гц,  $V_m = 1,0$  м/с)

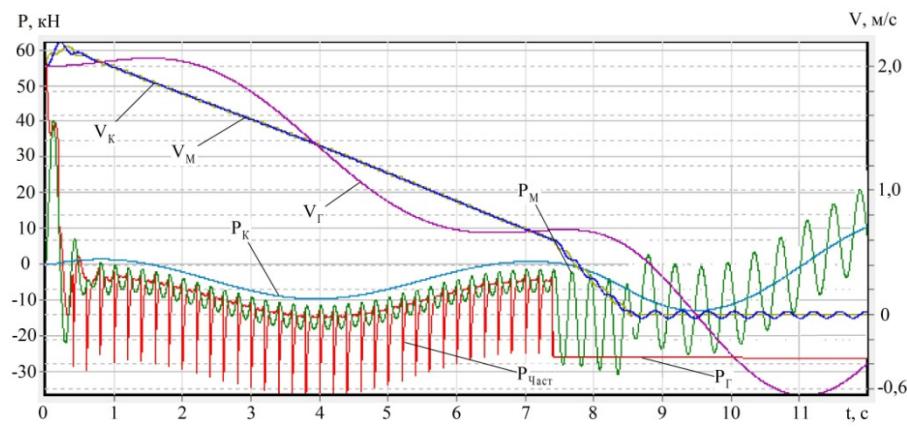


Рисунок 6 - Графики торможения мостового крана г/п 20/5 т при частотном управлении (Опыт №19:  $T_B = 0,2$  с,  $h\zeta = 1,0$  Гц,  $V_m = 0,6$  м/с)

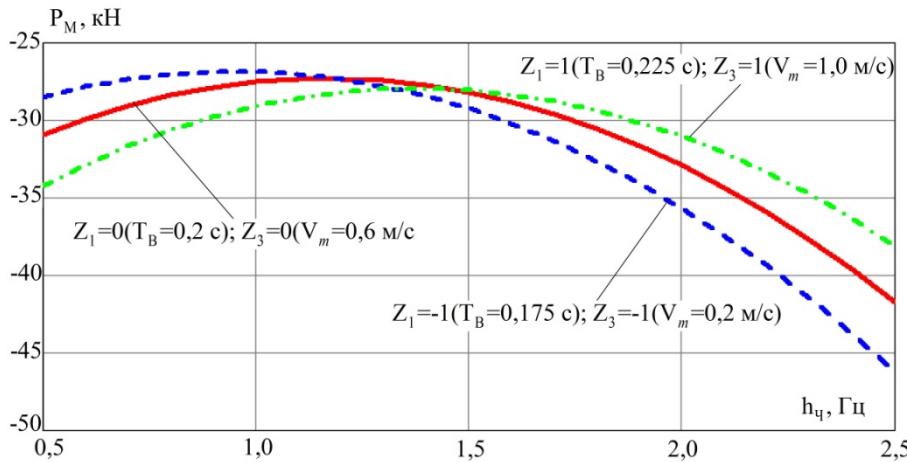


Рисунок 7 – Зависимость максимальных динамических нагрузок  $P_M$  от изменения шага частотного преобразователя  $h\zeta$

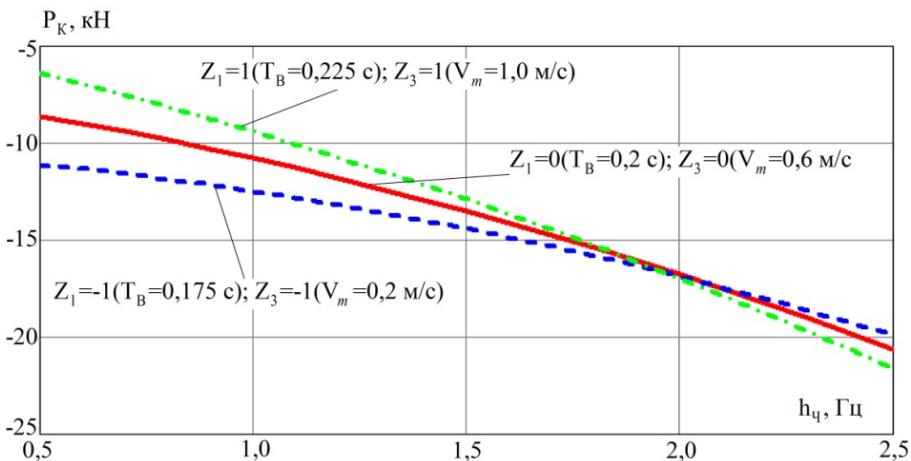


Рисунок 8 - Зависимость максимальных динамических нагрузок  $P_K$  от изменения шага частоты преобразователя  $h_{\text{ч}}$

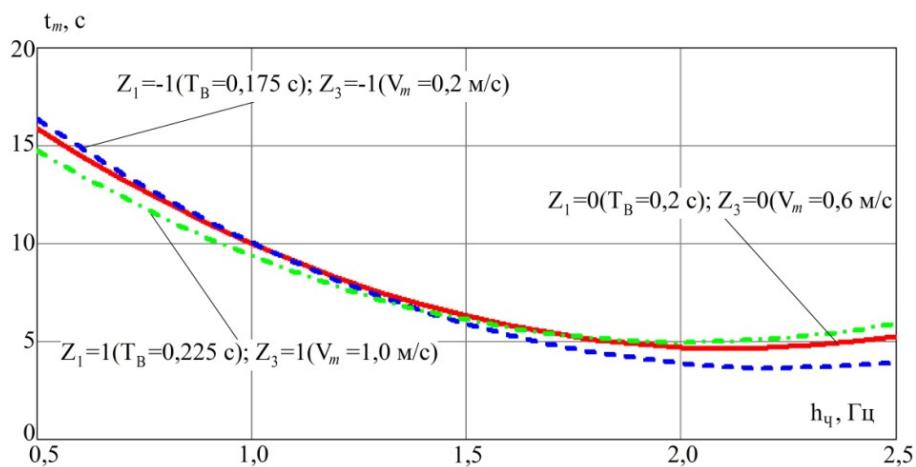


Рисунок 9 - Зависимость времени торможения крана  $t_m$  от изменения шага частоты частотного преобразователя  $h_{\text{ч}}$

Для практических расчетов динамических нагрузок удобны графики линий равных откликов параметров  $P_M$  и  $P_K$  (рис. 10), которые аппроксимируются уравнениями регрессии (11)-(13) в зависимости от времени работы частотного преобразователя  $z_1$  и шага изменения частоты  $z_2$  при фиксированном значении  $z_3$  (например,  $z_3 = 0$ ). Отметим, что рассчитывать максимальные динамические нагрузки и время торможения крана с помощью формул (11)-(13) и линий равных откликов (на рис. 10) можно только для рассмотренного мостового крана в исследованной области определения факторов.

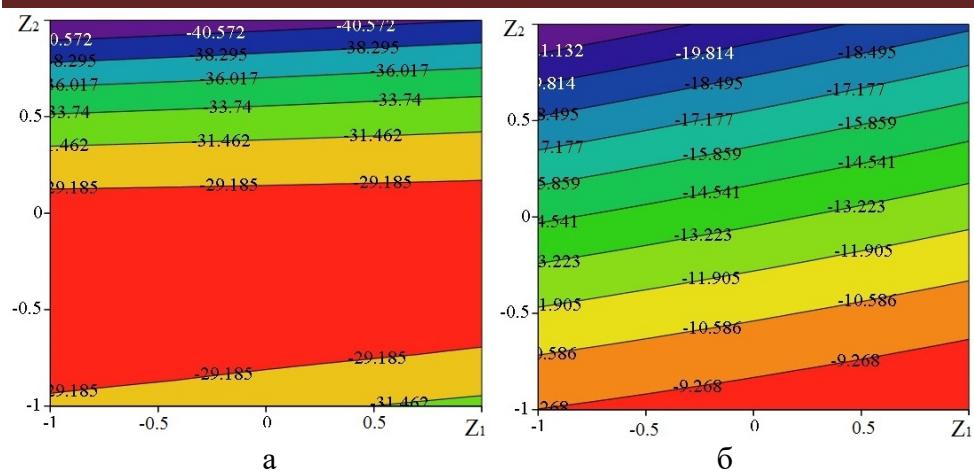


Рисунок 10 - Линии равных откликов динамических нагрузок  $P_M$  (а) и  $P_K$  (б) при:  $z_1=-1\dots+1$  ( $T_B=0,175\dots0,225$  с),  $z_2=-1\dots+1$  ( $h\varphi=0,5\dots2,5$  Гц),  $z_3=0$  ( $V_m=0,6$  м/с)

### Выводы:

- динамические нагрузки в металлоконструкции крана и горизонтальные усилия, действующие на груз, имеют общую тенденцию к снижению при уменьшении шага изменения частоты и увеличении времени работы частотного преобразователя;
- с увеличением шага изменения частоты от 0,5 до 2,5 Гц динамические нагрузки на металлоконструкцию крана и динамические нагрузки, действующие на груз, возрастают соответственно на 60% и на 42 - 70%, а время торможения крана уменьшается в три раза;
- при увеличении времени работы частотного преобразователя (от 0,175 до 0,225 с) на одной частоте, наблюдается рост времени торможения крана до 20%, а динамические нагрузки на металлоконструкцию крана и динамические нагрузки на груз изменяются от 8 до 15%;
- с увеличением скорости передвижения крана, при которой срабатывает колодочный тормоз, с 0,2 до 1,0 м/с динамические нагрузки на металлоконструкцию крана изменяются в пределах 14%, а динамические нагрузки, действующие на груз – от 28 до 58%.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ключев В.И. Теория электропривода / В.И. Ключев. – М.: Энергоатомиздат, 2001. – 704 с.
2. Москаленко В.В. Электрический привод / В.В. Москаленко.- М.: Академия, 2007. - 360 с.
3. Ловейкин В.С. Анализ динамики механизма передвижения мостового крана с частотным управлением привода / В.С. Ловейкин, Ю.А. Ромасевич // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2013. –

№3. – С. 1–10.

4. Григоров О.В. Аналіз пуско-гальмівних процесів кранових механізмів з частотно-регульованим приводом / О.В. Григоров, В.В. Стрижак // Вестник ХНАДУ. – 2012. - Вып. 57. – С. 249-256.
5. Збітнєв П.В. Математична модель приведеної сили електропривода крана з частотним управлінням / П.В. Збітнєв, О.Б. Неженцев // Тези доповідей всеукраїнської наук.-техн. конф. молодих вчених та студентів «Інновації молоді - машинобудуванню». Секція «Машинобудування», підсекція «Прикладна механіка». – К.: НТУУ «КПІ», 2016. – С. 23-25.
6. Збітнєв П.В. Зниження динамічних навантажень при гальмуванні мостового крана з частотним керуванням / П.В. Збітнєв, О.Б. Неженцев // Актуальні задачі сучасних технологій : зб. тез доповідей V Міжнар. наук.-техн. конф. Молодих учених та студентів, (Тернопіль, 17–18 листоп. 2016.) / Терн. націон. техн. ун-т ім. І. Пулюя [та ін.]. – Тернопіль: ТНТУ, 2016. – С. 207-208.
7. Збитнев П.В. К вопросу снижения динамических нагрузок при торможении частотно-управляемого мостового крана / П.В. Збитнев, А.Б. Неженцев // Майбутній науковець – 2016: матеріали всеукр. наук.-практ. конф. 2 груд. 2016 р., м. Сєвєродонецьк. Ч.ІІ. – Сєвєродонецьк: Східноукр. нац. ун-т ім. В.Даля, 2016. – С. 102-105.
8. Zbitniev P. Analysis of the dependence between loads of an overhead crane and the parameters of a frequency control / P. Zbitniev, O. Nyezhentsev // International Scientific-Practical Conference of Young Scientists «BUILD-MASTER-CLASS-2016», 16-18 of November 2016 in KNUGA. – Kyiv: KNUGA, 2016. – Р. 181.
9. РТМ 24.090.28–77. Краны грузоподъемные. Механизм передвижения. Метод расчета.
10. Ловейкін В.С. Динамічна оптимізація режиму руху кранового механізму переміщення / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич // Підйомно-транспортна техніка. - 2013. - № 3. - С. 5-21.
11. Неженцев А.Б. Оптимизация механических характеристик привода передвижения мостового крана в режиме двухступенчатого противовключения / А.Б. Неженцев, П.В. Збитнев // Вісник Східноукраїнського національного ун-ту ім. В.Даля, №7(224). – Сєвєродонецьк: Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2015. – С. 36-42.
12. Аветисян С. М. Программное обеспечение для исследования переходных процессов грузоподъемных кранов (часть 1: при работе механизмов передвижения) / С.М. Аветисян, А.Б. Неженцев. // Підйомно-транспортна техніка. – 2003. – №4. – С. 33–48.
13. Таблицы планов эксперимента для факторных и полиноминальных моделей (Справочное издание) / [Бродский В.З., Бродский Л.И., Голиковат.И. и др.] – М.: Металлургия, 1982.- 752 с.

УДК 621.891

Скрипник В.С., к.т.н.

*Ивано-Франковский национальный технический университет нефти и газа*

## ОПТИМИЗАЦИОННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СОСТАВНЫХ ШКИВОВ ЛЕНТОЧНО-КОЛОДОЧНОГО ТОРМОЗА ПРИ ИХ ВОЗДУШНО-ЖИДКОСТНОМ ОХЛАЖДЕНИИ

**Аннотация.** В материалах статьи рассмотрено оптимизационное проектирование составных шкивов ленточно-колодочного тормоза, приведен спроектированный тормозной шкив с принудительным воздушно-жидкостным охлаждением и наведен анализ эксплуатационных параметров усовершенствованных пар трения тормоза.

**Анотація.** У матеріалах статті розглянуто оптимізаційне проектування складених шківів стрічково-колодкового гальма, наведено спроектований гальмівний шків з примусовим повітряно-рідинним охолодженням і наведений аналіз експлуатаційних параметрів удосконалених пар тертя гальма.

**Abstract.** In the materials of the article we've considered the optimization design of composite pulleys of band-block brakes, we've designed brake pulley with forced air-liquid cooling and we've presented the analyses of operational parameters of improved friction pairs of the brake.

**Введение.** На тепловую эффективность работы составных шкивов существенно влияют процессы радиационного и сложного теплообмена (комбинаций конвективного, кондуктивного, испарительно-конденсационного), связанного с поверхностными и приповерхностными слоями пар трения трибосистемы и их телом (металлоемкостью). Правильный выбор площадей (матовых и полированной), т.е. охлаждения и нагревания при реализации тормозных режимов и при вынужденном воздушном охлаждении определяет энергонагруженность фрикционных узлов ленточно-колодочного тормоза буровой лебедки в процессе его эксплуатации. Поэтому при проектировании составных шкивов необходимо обращать внимание на эффективность естественного и вынужденного воздушного, а также принудительного жидкостного охлаждения.

**Состояние проблемы.** Чтобы спроектировать сложную трибосистему, состоящую из тормозной ленты и шкива, и

находящимся между ними трениями накладок, которые рабочими и нерабочими поверхностями взаимодействуют с поверхностями металлическими элементами необходимо располагать базой данных не только внешних эксплуатационных параметров, но и внутренних, происходящих в приповерхностных слоях пары трения трения фрикционного узла. В тормозных устройствах металлический фрикционный элемент (тормозные шкивы, барабаны и диски), работающие в различных тепловых режимах, являются аккумуляторами энергии из-за из завышенной металлоемкости. Это обстоятельство способствует возникновению как поверхностных так и объемных температурных градиентов на и в теле металлических фрикционных элементов, и как следствие, возникновению больших термических напряжений. Неравномерность распределении последних на рабочей поверхности и вызывает возникновение микротрещин, влияющих на прочность металлических фрикционных элементов.

Известен метод определения конструктивных параметров металлических фрикционных элементов (тормозных: шкивов, барабанов и дисков), базирующийся на теории геометрического программирования [1]. Она включает в себя целевую функцию, которая минимизирует отрицательные факторы стоимости металлического фрикционного элемента и возникновения на его рабочей поверхности термических напряжений. Однако данный метод является неприемлемым для составных тормозных шкивов, косвенно принудительно охлаждаемых воздушно-жидкостной смесью из-за сложной настоящей задачи и поэтому обратились к аппарату нелинейного программирования, реализованный в модуле оптимизации на основе метода конечных элементов.

**Постановка задачи.** В данной публикации рассмотрены следующие вопросы применительно к решаемой проблеме:

- оценка энергетических уровней поверхностных и приповерхностных слоев пар трения тормоза;
- косвенное принудительное воздушно-жидкостное охлаждение матовых и полированных поверхностей составного шкива;
- проектирование составного шкива тормоза.

**Цель работы** – спроектировать составной шкив таким, чтобы на рабочей поверхности его обода не развивались температура выше допустимой для материалов фрикционной накладки при косвенном принудительном воздушно-жидкостном охлаждении пар трения тормоза при минимальном весе его тормозного шкива.

**Оценка энергетических уровней поверхностных и приповерхностных слоев пар трения тормоза.** Установлено, что величина отношения коэффициентов излучения матовой и полированной площадей равна отношению охлаждаемой к

нагреваемой поверхности тормозного шкива. В виде соотношения имеем [2, 3]

$$\frac{C_{lm}}{C_{ln}} = \frac{A_o}{A_h}. \quad (1)$$

Анализ соотношений (1) показывает следующее:

- отношение  $C_{lm}/C_{ln}$  является величиной постоянной;

- отношение  $A_o/A_h$  является величиной переменной, поскольку с увеличением диаметра тормозного шкива происходит, в основном, увеличения его матовой поверхности при коэффициенте взаимного перекрытия ( $k_{ez}$ ) равном 0,7 - 0,8;

- оценку составляющих  $A_o/A_h$  необходимо давать раздельно, т.е. охлаждаемую матовую поверхность шкива учитывать в процессах теплообмена через каждые его четыре оборота, охлаждаемую полированную поверхность беговой дорожки трения, учитывать в процессах теплообмена такое количество оборотов шкива без его одного оборота, который отвечает условному полному перекрытию фрикционными накладками беговой дорожки трения обода шкива.

Рассмотрим теплонагруженность металлополимерных пар трения при температурах ниже и выше допустимой для материалов фрикционной накладки.

До температуры ниже допустимой для материалов накладок пар трения тормоза преобладает, в основном, вынужденный конвективный теплообмен от поверхностей металлического фрикционного элемента. После превышения допустимой температуры для материалов накладок пар трения тормоза уже преобладает лучистый теплообмен (перенос теплоты осуществляется электромагнитными волнами). В это время происходит выгорание связующих компонентов из приповерхностных слоев накладок. Идущая термохимическая реакция с точки зрения энергетики является слабой, так как она носит эндотермический характер. Согласно электронно-ионной теории о двойном электрическом слое в это время формируются два двойных электрических слоя. Первый - на полированной поверхности металлического фрикционного элемента и рабочих поверхностях накладок. Второй слой охватывает рабочие поверхности фрикционных накладок (которые не взаимодействуют с полированной поверхностью металлического фрикционного элемента) и нижний уровень их подповерхностного слоя. В то же время на контактных поверхностях пар трения происходит непрерывное образование «жестких» и «мягких» окисных пленок, частично экранируемых взаимным массопереносом, и являющимися соединительными мостиками термоэлементов в микротермобатареях. При этом зарождается тепловое равновесие между металлическим фрикционным элементом и его крепежным выступом из-за перераспределения теплоты между ними на основе темпов нагревания.

**Косвенное принудительное воздушно-жидкостное охлаждение матовых и полированных поверхностей составного шкива.** Рассмотрим теплообменные процессы, наблюдаемые в серийных тормозных шкивах и в составных тормозных шкивах (усовершенствованных) согласно работы [4] при вынужденном воздушном охлаждении их поверхностей. Особенностью охлаждения является то, что в усовершенствованном тормозном шкиве площади матовых внутренних поверхностей системы воздушного охлаждения равны 25 % площадей матовых наружных поверхностей. При этом скорости омывающих потоков будут разными, а следовательно, количество омывающего воздуха наружные и внутренние матовые поверхности будет одинаковым.

Принудительное жидкостное охлаждение пар трения ленточно-колодочного тормоза имеет отличительную особенность в том, что при положении сверху камеры с жидкостью интенсифицируется радиационный теплообмен от полированной поверхности нижней части составного тормозного шкива. При положении снизу камеры с жидкостью радиационный теплообмен пропадает, поскольку указанная поверхность обода омывается жидкостью.

На основании системного анализа различных видов теплообмена серийного и усовершенствованного тормозного шкива и была предложена табл. 1, в которой и проиллюстрирована эффективность принудительного воздушно-жидкостного охлаждения составного шкива.

Анализ полученных результатов позволяет констатировать следующее:

- принудительное воздушное охлаждение обладает слабой эффективностью, но зато способствует росту градиента объемной температуры по толщине верхней и нижней части обода шкива, что вызывает интенсификацию радиационного теплообмена от нерабочей полированной поверхности составного шкива;

- кондуктивный теплообмен в сопряжениях «крепежный выступ шкива – фланец барабана» и «нижняя часть обода шкива – каркас камеры» способствует усилинию принудительного воздушного охлаждения матовых и полированных поверхностей составного шкива;

- принудительное жидкостное охлаждение составного шкива является наиболее эффективным, поскольку термодинамическое состояние жидкости изменяется в зависимости от энергонагруженности шкива.

Для моделирования процессов воздушно-жидкостного охлаждения составного тормозного шкива буровой лебедки используем метод конечно-элементного моделирования с помощью программы Ansys Workbench.

Таблица 1 – Обозначение поверхностей, названия различных видов теплообмена и эффективность принудительного воздушно-жидкостного охлаждения составного шкива тормоза

Обоз- наче- ние	Название поверхностей систем охлаждения:	Вид теплообмена	Эффектив- ность в %	
			от	до
<i>вынужденное воздушное</i>				
А	полированная (рабочая) обода шкива	радиационно-конвективный	6,5	8,0
Б	матовая нерабочая обода шкива	конвективно-радиационный	5,0	6,5
В	матовые крепежного выступа обода шкива	конвективно-радиационный	1,0	2,0
Г	матовые реборд обода шкива	конвективно-радиационный	0,5	1,0
Д	матовые конических и цилиндрических отверстий обода шкива	радиационно-конвективный	0,25	0,5
Е	матовые кольцевых камер обода шкива	радиационно-конвективный	5,0	6,5
<i>кондуктивное (теплопроводностью)</i>				
Ё	матовые крепежного выступа обода шкива с фланцем барабана	кондуктивно-конвективный	2,0	5,0
Ж	матовые стенки жидкостной камеры с нижней частью обода шкива	кондуктивно-радиационный	3,0	6,0
<i>принудительное жидкостно-воздушное</i>				
З и И	полированной нерабочей обода шкива: через слой воздуха с жидкостью; с омываемой жидкостью	радиационно-конвективный;	10,0	20,0
		конвективный	15,0	25,0
Й	матовой камеры с омываемой жидкостью	конвективный	20,0	30,0
К	матовой наружной камеры с омывающим воздухом	радиационно-конвективный	5,0	10,0

На рис. 1 *a, б* представлено термограмму (*a*) и распределение тепловых потоков (*б*) в теле обода составного тормозного шкива ленточно-колодочного тормоза с принудительным воздушно-жидкостным охлаждением.

После рассмотрения термограмм и распределения тепловых потоков (рис. 1 *a, б*) следует отметить следующее:

- распределение температуры и как следствие температурных градиентов по толщине обода шкива происходит волнообразно сверху

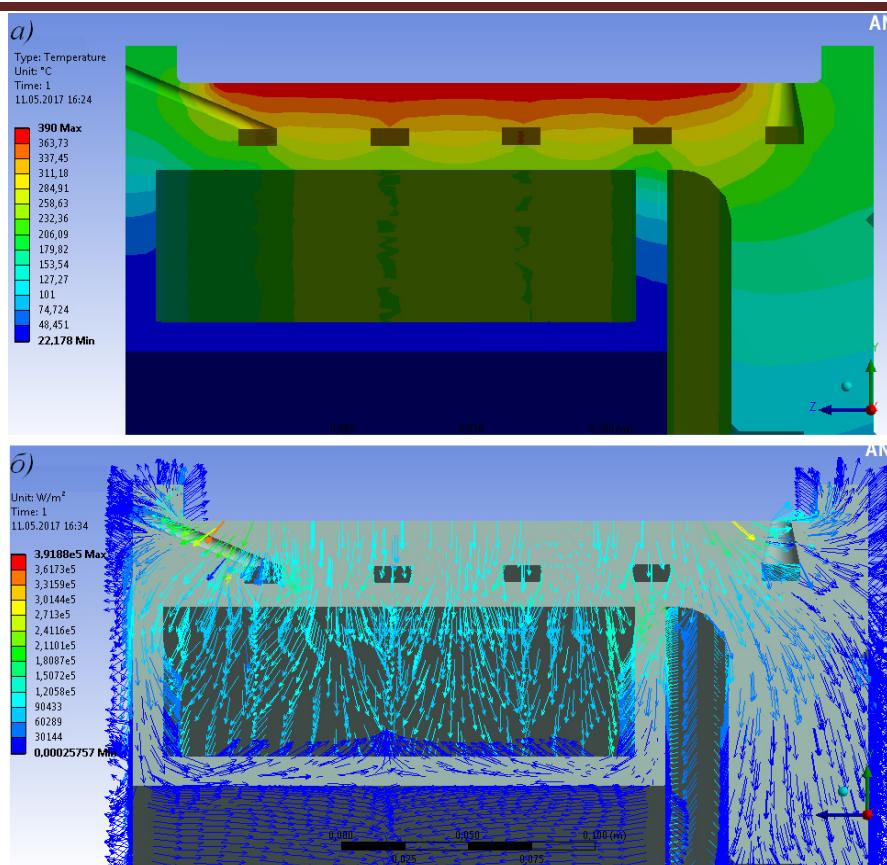


Рисунок 1 а, б – Термограмма (а) и распределение тепловых потоков (б) в теле обода тормозного шкива ленточно-колодочного тормоза с принудительным воздушно-жидкостным охлаждением

(4,4°C/мм) и снизу (3,8°C/мм) благодаря наличию воздушных камер в ободе. Объясняется это следующим: поскольку коэффициент теплоотдачи конвективным охлаждением жидкостью намного выше чем воздухом, тепловые потоки интенсивно протекают между кольцевыми отверстиями по толщине обода к жидкостной камере, в которой и отводятся конвективно в циркулирующую жидкость (см. рис. 1 б), поэтому по толщине обода между воздушными кольцевыми камерами возникает большой градиент температуры (4,14°C/мм). В этом случае воздух выступает в роли теплоизолятора между верхней и нижней частями обода, снижая при этом опасно большой градиент температуры по его толщине;

- по толщине обода шкива наблюдается зона прогрева возле заборного отверстия, в которой средняя температура составляет 170°C, и она на самом деле является меньшей вследствие действия конвективного охлаждения омывающим воздухом, который попадает в воздухозаборники и пронизывает весь обод (интенсивный теплоотвод, см. рис. 1 б). При этом часть теплоты перетекает кондуктивным

теплообменом в стенки камеры, в которой находится охлаждающая жидкость;

- температура циркулирующего потока воздуха в кольцевых объемах обода шкива увеличивается от свободного края к его защемлению, поскольку он нагревается от верхней составляющей обода шкива перегородок между его составляющими.

При рассмотрении состояния составного обода тормозного шкива от действия различных видов напряжений (от механических и тепловых нагрузок) следует обратить внимание на:

- максимальные механические напряжения (рис. 2 *a*) возникают на нерабочей полированной поверхности обода (243,6 МПа) вследствие ее прогиба и растяжения от действия удельных нагрузок.

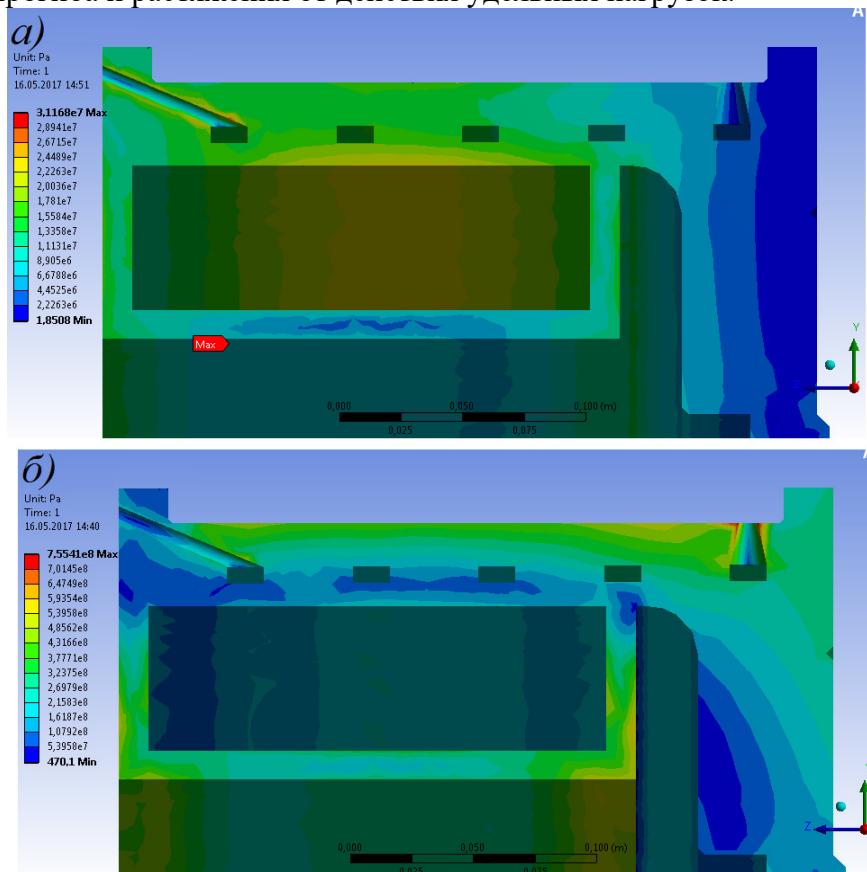


Рисунок 2 *a*, *б* – Моделирование напряжений: *а* – механических; *б* – температурных, развивающихся в ободе тормозного шкива ленточно-колодочного тормоза с принудительным воздушно-жидкостным охлаждением

- заборные отверстия в сопряжении с первой камерой являются своего рода концентраторами напряжений, поэтому в их зоне также возникает очаг механических напряжений (зона III – 198,3 МПа).

– большие температурные напряжения (рис. 2 б) наблюдаются в приповерхностных слоях обода шкива, и которые распространяются по ширине (507,4 МПа) обода вследствие его расширения;

– нерабочую поверхность обода над жидкостной камерой температурные напряжения в несколько раз ниже, поскольку происходит интенсивное конвективное жидкостное и радиационное охлаждение, что приводит к большому градиенту температурных напряжений по толщине обода шкива;

– при рассмотрении общей картины температурных напряжений, которые намного большие в правой части обода шкива возле крепежного выступа, поскольку жидкостная камера и заборные устройства для захвата холодного потока воздуха находятся в левой части обода;

– острые кромки стенок жидкостной камеры и диффузорные и конфузорные отверстия обода шкива являются концентраторами температурных напряжений, поэтому в указанных местах также наблюдаются повышенные температурные напряжения.

На основании вышеизложенного перейдем непосредственно к проектированию составного шкива тормоза.

**Проектирование составного шкива тормоза.** Для решения задач проектирования элементов трения фрикционных узлов ленточно-колодочного тормоза применяют аппарат нелинейного программирования, реализуемого в модуле оптимизации. Смысл последней заключается в нахождении таких величин конструктивных параметров (тормозного шкива и ленты, а также фрикционной накладки), при которых некоторая величина, именуемая целевой функцией, принимает экстремальное (максимальное или минимальное) значение. При этом ряд эксплуатационных и конструктивных параметров фрикционных узлов тормоза, находящихся в этом диапазоне, или функциональных зависимостей должны удовлетворять ограничением в виде равенств/неравенств. Оптимизационный алгоритм, который реализуется в Ansys Workbench, обладает универсальностью, достаточной для решения типовых задач, но в то же время содержит ряд особенностей, которые точно необходимо учесть. Блок-схема алгоритма проиллюстрирована на рис. 3.

С увеличением массы, в которой распределяется теплота, также увеличивается поверхность теплоотдачи обода тормозного шкива за счет теплорассеиваемой поверхности его боковых стенок. Поэтому выбор конструкции фрикционного узла производится в зависимости от требований к его габаритам, энергонагруженности поверхностных и приповерхностных слоев пар трения, допустимой удельной нагрузке на контакте, контактной жесткости элементов пары трения, развиваемого тормозного момента и допустимой поверхностной температуры для рабочих слоев полимерной накладки.

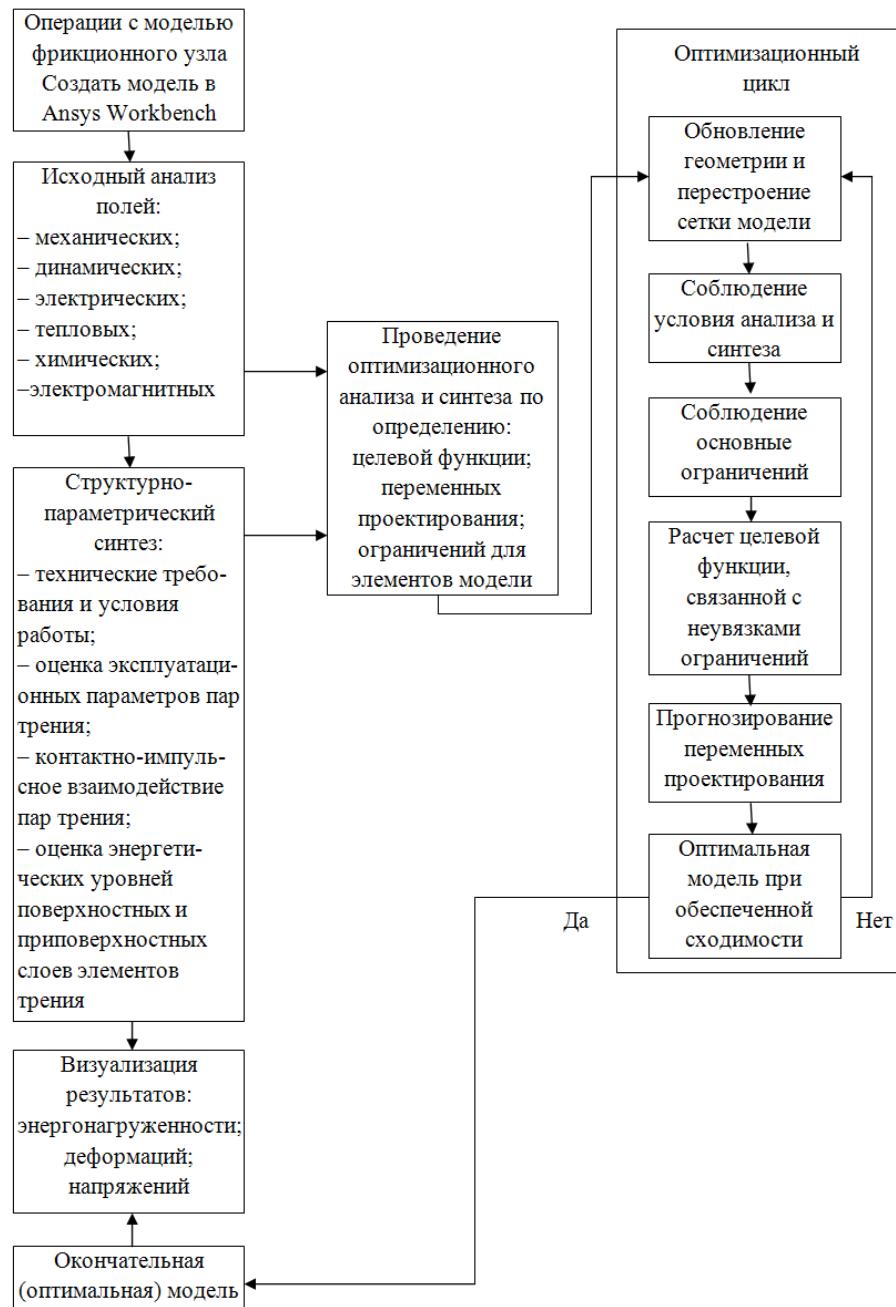


Рисунок 3 – Блок-схема алгоритма оптимизации конструктивных параметров фрикционного узла

При проектировании составного тормозного шкива задавались следующими ограничениями:

- температура поверхности трения составного тормозного шкива составляет 390°C;

- полированная площадь нижней части обода шкива должна составлять 2/3 площади от поверхности трения верхней его части;
- внутренняя поверхность (матовая) кольцевых камер и отверстий между ними должна составлять 20-25% от наружных матовых поверхностей тормозного шкива. Эффективность воздушного охлаждения должна быть одинаковая за счет количества воздуха, попадающего во внутрь тормозного шкива;
- толщина верхней части шкива – 16,0-18,0 мм; нижней части – 8,0-10,0 мм; объем камеры с жидкостью должен обеспечить отвод количества теплоты не менее 30% при температуре 390°C;
- градиент температуры для верхней части шкива – до 25,0°C/мм; в перегородке камер – до 10,0°C/мм; через стенку камеры – до 50,0°C/мм.

На основании вышеизложенного на рис. 3 *a*, *b*, *c* представлен чертеж спроектированного составного тормозного шкива с жидкостной камерой. Следует отметить, что камера спроектирована без впускного и выпускного клапанов.

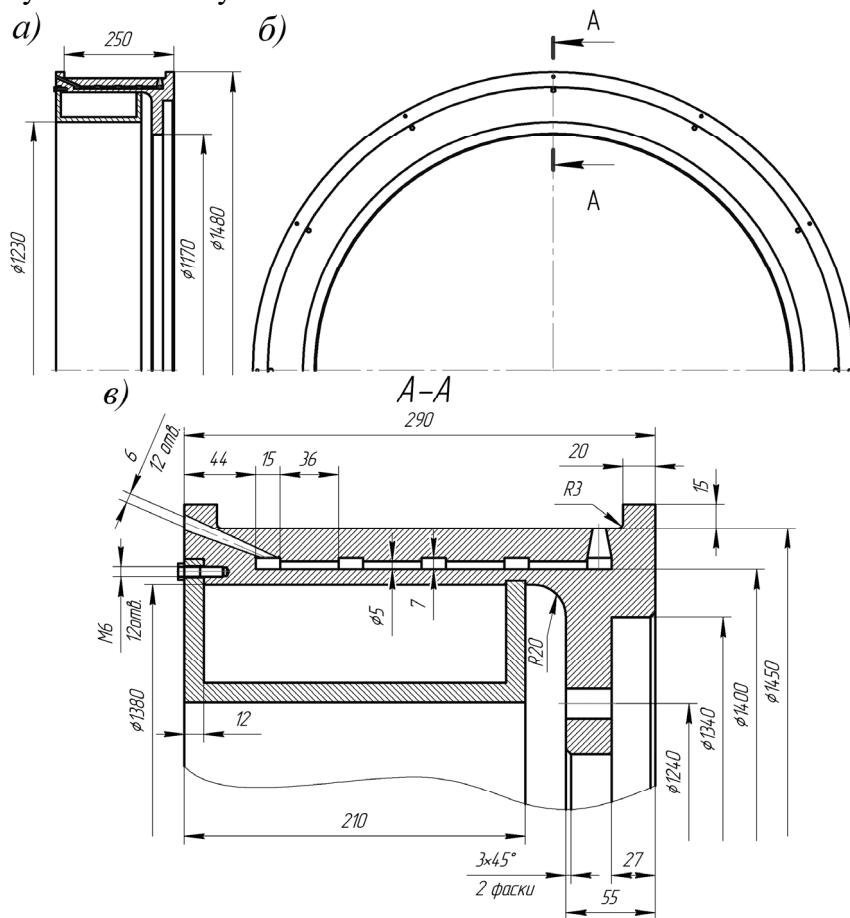


Рисунок 3 *a*, *b*, *c* – Спроектированный составной тормозной шкив  
буровой лебедки с жидкостной камерой

В табл. 2 приведены основные конструктивные и эксплуатационные параметры серийных и усовершенствованных пар трения ленточно-колодочных тормозов.

Таблица 2 – Основные эксплуатационные параметры серийных и усовершенствованных пар трения ленточно-колодочных тормозов

№ п/п	Эксплуатационные параметры	Пары трения ленточно- колодочного тормоза:	
		серийные	усовершенствованные
1.	Вес тормозного шкива, кН: без камеры	4,744	4,508
	с камерой без жидкости	-	5,849
	с камерой и жидкостью	-	6,303
2.	Момент инерции тормозного шкива, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ : без камеры	233,85	221,89
	с камерой без жидкости	-	278,48
	с камерой и жидкостью	-	298,58
3.	Динамический коэффициент трения, $f$	0,33	0,38
	стабильность, $\alpha_{cm} = f_{cp}/f_{max}$	0,90	0,926
	Колебание, $\alpha_k = f_{min}/f_{max}$	0,79	0,83
4.	Торможения: эффективность, $\beta_{\text{эфф}} = \alpha_{cm}/\tau^2$ , $1/\text{с}^2$	0,00625	0,00643
	приведенная эффективность, $H_{\text{эфф.п.}} = \alpha_{cm}/(\tau^2 \cdot \Delta g)$ , $1/(\text{с}^2 \cdot \text{г})$	$1,036 \cdot 10^{-2}$	$1,227 \cdot 10^{-2}$
5.	Удельные нагрузки, $p$ , МПа	1,2	1,2
6.	Тормозной момент, $M_T$ , кНм	174,3	200,7
7.	Температуры и их градиенты, $^{\circ}\text{C} / (^{\circ}\text{C}/\text{мм})$	шкива	составного шкива
			верхней   нижней
			части
			поверхностные; 390/1,2 390/1,8 390/1,9
	объемные		358/2,4 340/4,39 270/6,5
8.	Температурные напряжения и их градиенты, МПа / (МПа/мм)	796,85/4,61	406,56/9,24 189,79/3,04
9.	Износ накладок, $\Delta g$ , г	60,3	52,4

Проведенный системный анализ энергонагруженности при постоянных удельных нагрузках в парах трения серийного и усовершенствованного ленточно-колодочного тормоза (табл. 2) позволил констатировать следующее:

– разработанная конструкция составного тормозного шкива с принудительной воздушно-жидкостной системой охлаждения является

высокоэффективной (увеличился динамический коэффициент трения тормозной момент на 13,1%) за счет работы материалов фрикционной накладки при поверхностных температурах ниже допустимой, т.е. 390°C, но при этом имело место увеличение веса и момента инерции составного тормозного шкива, соответственно, на 24,7% и 21,7% по сравнению с серийным тормозным шкивом;

– при одинаковой рабочей поверхностной температуре сравниваемых шкивов объемные температуры в верхней и нижней части составного шкива на 14,8% меньше, чем серийного шкива, но зато в первой конструкции наблюдались большие объемные температурные градиенты на 24,8%, нежели в серийном шкиве;

– весовой износ накладок меньший в усовершенствованных парах трения на 13,1%, нежели в серийных парах трения тормоза.

**Выводы.** Таким образом, рассмотрены особенности проектирования составных тормозных шкивов на основании тепловых аспектов его эффективности. Представлен спроектированный тормозной шкив с принудительным воздушно-жидкостным охлаждением в составе ленточно-колодочного тормоза и наведен анализ эксплуатационных параметров его пар трения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Проектный и проверочный расчет фрикционных узлов ленточно-колодочных тормозов буровых лебедок / А. Х. Джанахмедов, Д. А. Вольченко, В. С. Скрыпнык и др.–Баку: Апострофф, 2016.–311 с.
2. Кириллин В.А. Основы экспериментальной термодинамики / В. А. Кириллин, А. Е. Шейдлин. – М. – Л: Государственное энергетическое издательство, 1950. - 310с.
3. Патент РФ №2279579С2, МПК F16D 65/813. Способ нагревания и охлаждения тормозных шкивов ленточно-колодочных тормозов буровых лебедок при оценке их теплового баланса / А. И. Вольченко, А. А. Петрик, Н. А. Вольченко, Д. А. Вольченко, П. Ф. Пургал, Л. И. Криштопа; заявитель и патентенообладатель Кубанский государственный технологический университет; заявл. 30.08.2004; опубл. 10.07.2006, Бюл. № 19. – 9с.
4. Нестационарный теплообмен / В. К. Кошкин, Э. К. Калинин, Г. А. Дрейцер и др. – М.: Машиностроение, 1973. – 328с.

---

УДК 621

Малащенко В.О., д.т.н.; Коруняк П.С., к.т.н.; Ніщенко І.І., к.ф-м.н.

*Національний університет «Львівська політехніка»*

## ВІБРАЦІЙНЕ ПЕРЕСУВАННЯ ПО ШОРСТКІЙ ПОВЕРХНІ

**Анотація.** У статті розглянуто можливості та закономірності екологічно чистого вібраційного пересування механічних систем по шорсткій поверхні. Розроблено принципову розрахункову схему та математичну модель, що уможливили отримати універсальний аналітичний вираз для проведення аналізу основних кінематичних чинників процесу вібраційного пересування.

**Ключеві слова:** вібраційне пересування, вібрація, коливний рух.

**Аннотация.** В статье рассмотрены возможности и закономерности экологически чистого вибрационного передвижения механических систем по шершавой поверхности. Разработана принципиальная расчетную схему и математическую модель, сделали получить универсальный аналитический выражение для проведения анализа основных кинематических факторов процесса вибрационного передвижения.

**Ключевые слова:** вибрационное передвижение, вибрация, колеблющийся движение.

**Annotation.** The possibilities and regularities of ecologically pure vibrational movement of mechanical systems along a rough surface are considered in the article. A basic design scheme and a mathematical model have been developed, and a universal analytical expression has been made to analyze the main kinematic factors of the process of vibrational movement.

**Keywords:** vibrational movement, vibration, oscillating motion.

**Постановка проблеми.** В деяких галузях виробництва, зокрема, наприклад, радіоелектроніці, під час виконання складальних операцій виникає потреба у пристроях, за допомогою яких необхідно швидко здійснювати точні невеликі переміщення. В цих умовах цікавим варіантом серед іншого обладнання набуває застосування вібраційних механізмів з кількома ступенями вільності. Справа в тому, що незважаючи на універсальність, технічну спроможність промислових роботів побудованих на традиційній основі здійснювати різноманітні операції, будь яке збільшення його ступеня вільності веде до ускладнення конструкції, а отже і зниження точності рухів. В цьому

випадку раціональним було б використання вібраційних пересувних пристрій, які мають три ступеня вільності і можуть рухатись не лише прямолінійно у довільному напрямку

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Вібраційне пересування є одним із проявів ефекту вібраційного переміщення, тобто одержання направлених рухів за рахунок сили направленої взаємодії. Енергія, яка необхідна для пересування може надходити як з внутрішнього джерела пристрою так і зовні.

До таких пристрійв пересування відноситься самохідний вібраційний ущільнювач ґрунту [1 - 6]. На рис.1, а показана схема, за якою у корпусі пристрою знаходиться віброзбудник з періодично рухомими масами, що створює гармонійно збурювальну силу  $F_0 \sin \omega t$  направлену під деяким кутом  $\beta$  до поверхні. Механізм утворення гармонійної вібраційної сили відповідає дебалансним віброзбудникам направленої дії, згідно якого коли відцентрова сила знаходиться під кутом відмінним від 0 або  $90^\circ$  градусів виникає ефект пересування об'єкту, яке може відбуватися праворуч чи ліворуч.

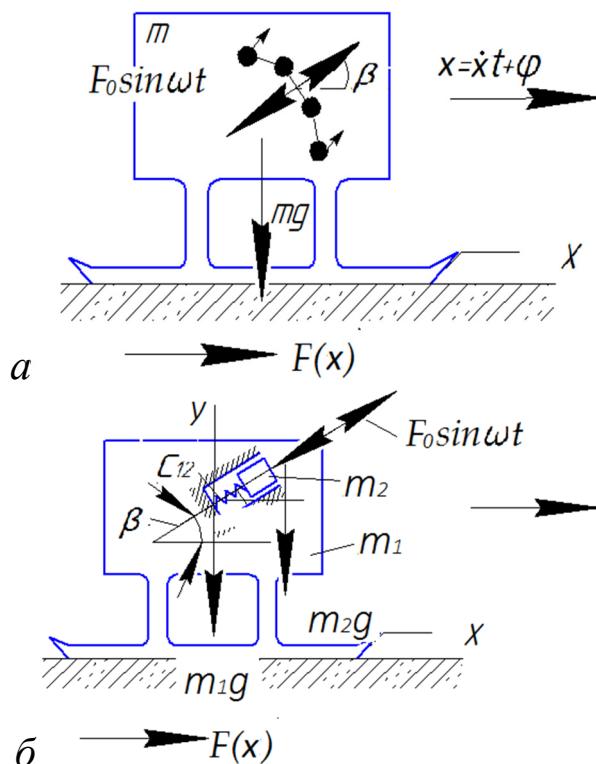


Рис. 1. Принципові схеми вібраційних пристрійв пересування: а) самохідного ущільнювача ґрунту; б) з внутрішнім ступенем вільності

Використовуючи диференціальні рівняння руху [3], можна скласти систему рівнянь, що описують рівновагу тіла для лінійного руху

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= mA\omega^2 \sin(\omega t + \varepsilon) - F(\dot{x}); \\ m\ddot{y} &= mB\omega^2 \sin \omega t - mg \cos \beta + N, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $F(\dot{x})$  – сила сухого тертя;  $N$  – нормальна реакція поверхні доторкання;  
 $\varepsilon$  – зсув фаз.

Приймаючи:  $\beta = 0$ ;  $\varepsilon = 0$ ;  $A = F_o \cos \beta / (m\omega^2)$ ;  
 $B = F_o \sin \beta / (m\omega^2)$ , тоді

переміщення даного об'єкту можна розглядати як рух масової частинки по вібруючій поверхні.

Деяло складніший процес виникнення вібраційної сили у механізмі, що показаний на рис. 1,б. У даному випадку в середині конструкції пристрою (див. тіло масою  $- m_1$ ) знаходиться додаткове тіло, що має масу  $m_2$ , яке в наслідок «внутрішнього ступеня вільності» здійснює коливання відносно  $m_1$  і взаємодіє з ним через пружні елементи та може коливатися відносно направляючих. Така взаємодія складових механічної системи з опорною поверхнею та співвідношення її основних параметрів приводить до пересування пристрою (тіло  $m_1$ ) відносно цієї поверхні.

Жорсткість пружних елементів, що з'єднують маси  $m_1$  і  $m_2$ , вибираються з умови налаштування всієї механічної системи на резонансний режим роботи, що дає можливість легко впливати на вібраційну силу та переміщення об'єкту у різних напрямках. Кут нахилу направляючих повинен бути відмінним від нуля і  $90^\circ$ . Такі задачі можна розв'язувати, використовуючи схему самохідної платформи представленої в роботах [6,7].

**Мета роботи.** На підставі аналізу відомих схем вібраційних пересувних пристройів запропонувати конструкцію вібраційного пересувного пристрою (ВПП) з внутрішнім ступенем вільності та визначити аналітичний вираз, що описує умову виникнення вібраційного пересування пристрою по шорсткій поверхні.

**Виклад основного матеріалу.** Розглянемо роботу дослідного взірця такого пристрою, що представлено на рис. 2 і рис. 3. Він містить платформу 1, просторовий шарнір 2, електромагнітний вібраційний привод, який складається з статора 3 і якоря 4, циліндричних пружин 5 та їхніх направляючих 6.

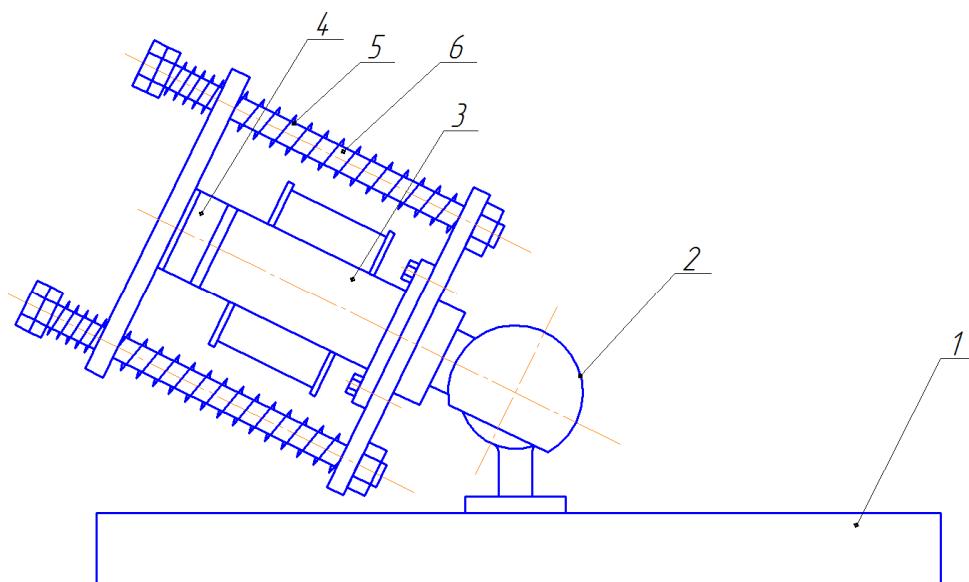


Рис. 2. Конструктивна схема нового вібраційного пересувного пристрою з внутрішнім ступенем вільності: 1 – платформа; 2 - просторовий шарнір; 3, 4 – статор і якір електромагнітного віброприводу, 5 - циліндричні пружини; 6 – направляючі пружин



Рис. 3. Загальний вигляд дослідного взірця

Принцип роботи пристрою відбувається так. Завдяки електричного струму, що підводиться до котушки статора електромагнітного вібраційного приводу, створюються прямолінійні коливання якоря, які спрямовані під кутом до поверхні платформи. Вібраційна сила в даному випадку формується одночасно за кінематичною і структурною схемою [3,4], під дією якої здійснюється рух пристрою у визначеному напрямку. Ефективне переміщення пристрою можна реалізувати налаштуванням пружної системи у вигляді циліндричних пружин на резонансний режим роботи. За такого налаштування достатньо мінімальних зусиль віброзбудників, щоб забезпечити ефект вібраційного переміщення пристрою.

Зміна швидкості пересування відбувається із зміною кута нахилу віброприводу до платформи або електричної напруги на котушці статора. Зміна напрямку пересування пристрою і реверс здійснюється завдяки рухомості сферичного шарніра (привод непоказаний). Замість сферичного шарніра можна використати циліндричний шарнір з горизонтальною віссю обертання.

У роботі розглянуто динаміку пересування пристрою з внутрішнім ступенем вільності по шорсткій поверхні (рис.1,*б*). Механічна система механізму складається з тіла масою  $m_1$ , яке може переміщатися у горизонтальній площині, і тіла масою  $m_2$ , що кріпиться до тіла 1 за допомогою пружини жорсткістю  $C_{12}$ . Тіло 2 може переміщатися відносно тіла 1 вздовж напрямних, що похилені до горизонту під кутом  $\beta$ .

Виберемо початок нерухомої декартової системи координат у початковому положенні центра мас тіла 1. Запишемо диференціальні рівняння руху центру мас механічної системи, враховуючи при цьому тільки зовнішні сили:

$$\begin{aligned} M \frac{d^2x}{dt^2} + m_2 \frac{d^2s}{dt^2} \cos \beta &= T_1; \\ m_2 \frac{d^2s}{dt^2} \sin \beta &= N - Mg. \end{aligned} \quad (2)$$

де  $M = m_1 + m_2$  – загальна маса механічної системи;  $N$  – нормальні реакції;  $T_1$  – сила тертя;  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – прискорення вільного падіння;  $s$  – координата маси  $m_2$ .

На систему вздовж напрямних діють також внутрішні сили: сила пружності деформованої пружини і електромагнітна сила  $F(t)$ , яка змінюється згідно закону

$$F(t) = \begin{cases} F_o \sin(\omega t) & kT \leq t < kT + \frac{1}{2}T \\ 0 & kT + \frac{1}{2}T \leq t \leq (k+1)T \end{cases}, \quad (3)$$

де  $t$  – змінний час;  $T = 2\pi/10$  – період збурювальної сили;  $F_o$  – амплітуда сили.

Розв'язуючи систему рівнянь (2) і опускаючи проміжні перетворення, одержано аналітичний вираз для опису чинників, що характеризують вібраційне пересування по шорсткій поверхні у вигляді

$$M \frac{d^2 s}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 s}{dt^2} (\cos \beta + f \sin \beta) = -f Mg. \quad (4)$$

Розв'язок даного диференціального рівняння чисельним методом у середовищі MATLAB дає можливість проаналізувати характер руху вібраційного пересувного пристрою, знаючи у кожному конкретному випадку геометричні та жорсткості параметри запроектованого пристрою. Цим і підтверджується важливість та універсальність запропонованого аналітичного виразу (4).

Доцільно наголосити, що між самопересуванням вібраційних пристрій з похилим напрямком збурювального зусилля і переміщенням окремої матеріальної частинки відносно площини вантажонесучого робочого органу під час вібраційного транспортування у відривному режимі існує подібність з результатами, що отримані в роботі [5], що ще раз підтверджує цінність запропонованої моделі, яка є підґрунттям для подальших досліджень.

**Висновки:** 1. Отже, на перший погляд, розглянутий рух об'єктів у деякій мірі можна вважати екзотичним, проте він цікавий у принципіальному відношенні як альтернатива до традиційного. На підставі розробленої моделі вібраційного переміщення, подальше дослідження цього ефекту та розробка різноманітних конструкцій пристрій дають впевненість, що і вібраційні пересувні пристрії з електромагнітним віброприводом зможуть свою “нішу” у техніці.

2. Явище подібного пересування можна спостерігати також під час руху на скейтборзі, де вібраційним пересувним засобом є людина разом з пристроєм. В даному випадку, періодичними рухами ніг людини генерується зі сторони дороги рушійна сила у напрямку переміщення, що приводить до виникнення відповідної вібраційної сили, яка сприяє переміщенню.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Бауман В.А. Вибрационные машины и процессы в строительстве / В.А Бауман, И.И. Быховский. - М.: Высшая школа, 1977. - 256 с.
2. Блехман И.И. Что может вибрация? / И.И Блехман. - М.: Наука, 1988. – 208 с.
3. Блехман И.И. Вибрационная механика / И.И Блехман. - М.: Физматлит, 1994. – 400 с.

- 
4. Блехман И.И. Вибрационное перемещение / И.И. Блехман, Г.Ю Джанелидзе. - М.: Наука, 1964. – 410 с.
  5. Вибрации в технике: Справочник: в 6 т. / ред. совет: В. Н. Чоломей (председ.). - М.: Машиностроение, т. 4. Вибрационные процессы и машины / под ред. Э. Э. Лавендела.- 1981.- 509 с.
  6. Гончаревич И.Ф. Вибрация – нестандартный путь: вибрация в природе и технике / И.Ф. Гончаревич. - М.: Наука, 1986. – 209 с.
  7. Малащенко В.О. Динаміка вертикального підймання штучних вантажів / В.О. Малащенко, П.С. Коруняк, І.І. Ніщенко. // Вісник національного університету «Львівська політехніка» серія: Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. № 838, 2016. – С. 64-68.

УДК 621.86.065

Чаюн И.М., д.т.н.

Одесский национальный политехнический университет

## ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОДЪЕМНОГО КАНАТА С УЧЕТОМ МЕЖЭЛЕМЕНТНОГО ТРЕНИЯ

**Анотація.** Пропонуються моделі врахування тертя між дротами в канаті при різних схемах навантаження: розтягнення вільно підвішеним вантажем, коли канат отримує деформації розтягнення і кручення; розтягнення в напрямних; розтягнення з навиванням на барабан. Розрахункові схеми базуються на відомих геометрических рівняннях будівельної механіки каната.

**Ключові слова:** канат, тертя, жорсткість перерізу, деформація, напруження.

**Аннотация.** Предлагается модели учета трения между проволоками в канате при разных схемах нагружения: растяжение свободно подвешенным грузом, когда канат получает деформации растяжения и кручения; растяжение в направляющих; растяжение с навиванием на барабан. Расчетные схемы базируются на известных геометрических уравнениях строительной механики каната.

**Ключевые слова:** канат, трение, жесткость сечения, деформация, напряжение.

**Annotation.** Das Modell ist vorgeschlagen, das die Reibung zwischen den Seildrähten bei verschiedenen Ladenschemas berücksichtigt: die Ausdehnung mit frei hängenden Last, wenn das Seil die Deformation der Ausdehnung und der Drehung erhält; die Ausdehnung im Gleitbahn; die Ausdehnung zusammen mit der Wicklung auf die Trommel. Die Berechnungsschemas basieren sich auf die bekannten geometrischen Gleichungen der Strukturmechanik des Seils.

**Stichwörter:** Seil, Reibung, Schnittssteifigkeit, Deformation, Spannung.

**Постановка проблемы.** Для канатов характерно внешнее и внутреннее деформированные состояния. Внешнее деформированное состояние подъемного каната в общем случае определяется 4-мя деформациями: продольной  $\varepsilon$ , крутильной  $\theta$  и двумя изгибными  $\zeta$  . Пятая поперечная деформация на прямолинейном участке для канатов одинарной свивки и двойной свивки с металлическим сердечником связана в основном с эффектом Пуассона и учитывается в

продольной деформации. Для канатов с неметаллическим сердечником также зависит от его податливости [1,2] и потому учитывается самостоятельно пятой поперечной деформацией.

Численно деформации каната предопределяются его жесткостными характеристиками, внешней нагрузкой, а также зависят от силовой и геометрической симметрии сечения [2]. Указанные аргументы влияния на жесткостные характеристики канатов и внутреннее деформированное состояние его прямого участка достаточно полно учтены в работах [1, 2].

Неучтенный остается трение между проволоками в канатах одинарной свивки (сюда следует отнести также, например, каротажные кабели, провода ЛЕП) и между проволоками и пряжами в канатах двойной свивки.

**Цель статьи.** Учет межэлементного трения, что существенно повысит точность в определении деформаций и напряжений в канатах. Расчетная схема учета трения должна начинаться с геометрических уравнений деформаций проволок и в таком же неизменном виде продолжится в жесткостных характеристиках канатов. Расчетная схема решения этой задачи базируется на геометрических уравнениях [1], где трение не учитывается.

#### Изложение основного материала.

##### Модель учета трения в удельных деформациях проволок при свободном растяжении прямого каната.

Во всех моделях учета трения между элементами каната используем классическую схему теории трения скольжения [3] (рис. 1) и концепцию согласно [4,5], а также понятие независимости деформаций аналогичное принципу суперпозиции относительно действия сил [6].

В состоянии покоя (рис. 1) и равномерного движения  $N = Q$ ;  $F = F_c$ , где  $N$  – нормальная реакция на действие прижимающей силы  $Q$ ;  $F$  – сила трения;  $F_c$  – сила сдвига. С ростом силы  $F_c$  увеличивается сила трения покоя  $F$ . Рост силы  $F$  заканчивается с наступлением

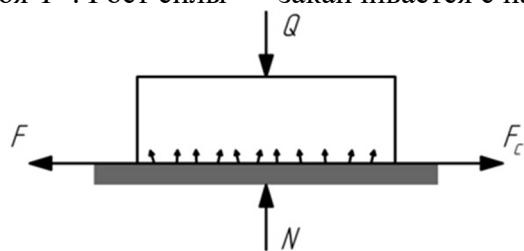


Рисунок 1 – Силовая схема трения

состояния трения движения:  $F \leq F_{Tp}$ . В состоянии движения сила  $F$  остается постоянной. Именно эту силу, пропорциональную

коэффициенту трения  $f$  и нормальной реакции  $N$ , называют силой трения  $F = f \cdot N$ .

Проведем аналогию. В данной задаче  $N$  и  $Q$  силы контактного давления между слоями проволок, которые порождаются силой  $P$  растяжения каната (рис. 2). Сила сдвига  $F_c$ , от которой растет сила трения покоя до наступления состояния трения движения, связана с деформацией кручения каната.

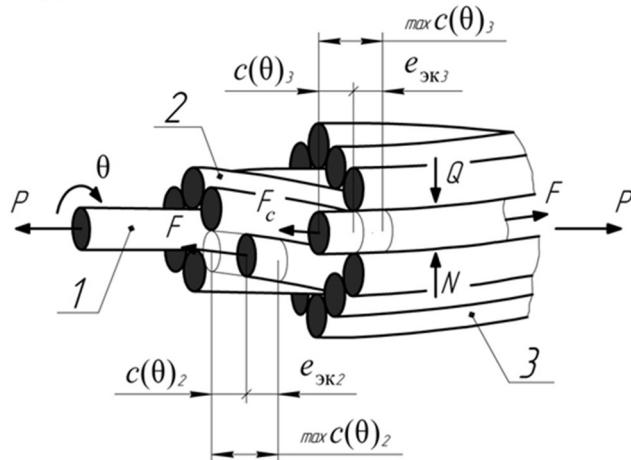


Рисунок 2 – Модель деформирования проволок в канате при свободном растяжении с учетом межэлементного трения: 1 – сердечник; 2, 3 – слои повива

В соответствии с принципом суперпозиции деформации и внутренние силы не зависят от последовательности прикладывания внешних сил. Обобщим этот принцип относительно деформаций каната (их одновременность представим последовательным возникновением). Применим такой принцип для деформации  $\varepsilon$  растяжения каната, которая является алгебраической суммой трех составляющих

$$\varepsilon = \varepsilon(e) \pm \varepsilon(\theta) \pm \varepsilon(\omega), \quad (3)$$

где  $\varepsilon(e)$  – составляющая, образованная исключительно продольной деформацией  $e$  растяжения проволоки;

$\varepsilon(\theta)$  – составляющая от деформации кручения  $\theta$  каната: («+» в случае раскручивания; «-» при закручивании);

$\varepsilon(\omega)$  – составляющая от поперечной деформации  $\omega$  каната: («+» при сужении, «-» при расширении).

Деформация растяжения проволок  $e$  в канате одинарной свивки согласно [1], где учет трения не предусмотрен, определяется выражением

$$e = \varepsilon \cos^2 \alpha + \theta r \sin \alpha \cos \alpha + \omega \sin^2 \alpha. \quad (4)$$

Без учета трения составляющая

$$\theta r \sin \alpha \cos \alpha, \quad (5)$$

обусловленная деформацией кручения  $\theta$ , и составляющая

$$\omega \sin^2 \alpha, \quad (6)$$

обусловленная поперечной деформацией  $\omega$ , не являются продольной деформацией проволок слоя, а представляют свободные перемещения. Причем, для проволок слоя, который раскручивается, составляющая (5) будет отрицательным перемещением по отношению к первой составляющей в (4)

$$\varepsilon \cos^2 \alpha, \quad (7)$$

т.е. составляющая (5) вычитается из составляющей (7).

Что касается составляющей (6), то при сужении эта составляющая вычитается из составляющей (7), а при расширении – наоборот.

Для проволок слоя, который закручивается, составляющая (5) будет положительной, т.е. складывается с (7).

С целью удобства дальнейшего изложения материала выражение (4) представим так:

$$e = \varepsilon K_{ee} + \theta K_{e\theta} + \omega K_{e\omega}. \quad (8)$$

Если слагаемое  $\omega \sin^2 \alpha$  связано только с эффектом Пуассона, выражение (8) можно представить из двух слагаемых

$$e = \varepsilon K_{ee} + \theta K_{e\theta}. \quad (9)$$

Без учета трения составляющая

$$\theta K_{e\theta} = \theta \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha (r + \mu_0 \operatorname{tg} \alpha) \quad (10)$$

будет полностью только перемещением и его максимальное значение (рис.2)

$$\max c(\theta) = |\theta \cos^2 \alpha (r + \mu_0 \operatorname{tg} \alpha)|.$$

При этом  $K_{e\theta}$ , если не учитывать трения представляет удельное свободное перемещение, но не деформацию.

Для наружного 3-го слоя, который раскручивается, перемещение

$$\max c(\theta)_3 = |\theta \cos^2 \alpha_3 \operatorname{tg} \alpha_3 (r_3 + \mu_{0_3} \operatorname{tg} \alpha_3)|$$

визуально представляется выдвижением (без деформирования) всех проволок этого слоя из поперечного сечения каната (рис.2).

Для проволок слоя, который закручивается (2-ой слой на рис.2), наоборот – это можно представить обратным направлением перемещения

$$\max c(\theta)_2 = |\theta \cos^2 \alpha_2 \operatorname{tg} \alpha_2 (r_2 + \mu_{0_2} \operatorname{tg} \alpha_2)|,$$

т.е. задвиганием в сечение (на рис.2 отмеченная механика показана для одной проволоки, но это относится к проволокам всего слоя).

Реально наличие трения создает сопротивление таким свободным перемещениям. Проволоки получают составляющую продольной деформации равную  $e(\theta)$  до наступления трения движения в соответствии с условием  $F_c \geq F$ , где  $F_c$  – сила сдвига, связанная с деформацией кручения каната;  $F$  – сила трения между слоями проволок, которая создается силой  $N$  прижатия слоев, связанной с нагрузкой  $P$  растяжения каната (рис. 2).

С учетом трения  $K_{e\theta}$  имеет другой смысл, а именно, представляет не перемещение, а **удельную деформацию растяжения проволоки, связанную с деформацией кручения  $\theta$  каната**, и определяемую выражением

$$K_{e\theta} = v_{e\theta} \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha (r + \mu_\theta \operatorname{tg} \alpha), \quad (11)$$

где  $v_{e\theta}$  – коэффициент, учитывающий трение;

$\mu_\theta$  – коэффициент, учитывающий эффект Пуассона [1].

Таким образом, в интервале трения покоя (при  $F_c \leq F$ ) составляющая  $\theta K_{e\theta}$  в выражении (9) при  $K_{e\theta}$  в виде (11) для проволок слоя, который раскручивается, будет деформацией сжатия, а для проволок слоя, который закручивается будет деформацией растяжения. В интервале трения движения (при  $F_c \geq F$ ) проволоки слоев обеих видов перестают наращивать деформацию  $e(\theta)$  от кручения, а получают вместо деформации относительное смещение  $c(\theta)$ , которое определяется разностью (рис. 2).

$$c(\theta) = |\max c(\theta) - \theta K_{e\theta}|, \quad (12)$$

где  $K_{e\theta}$  – согласно (11).

На основе (9) эта механика обеспечивается коэффициентом:

$$v_{e\theta} = \left| \frac{\epsilon \cos^2 \alpha (1 - \mu_\epsilon \operatorname{tg}^2 \alpha) - e_{\text{эк}}}{\theta \cos^2 \alpha (r - \mu_\theta \operatorname{tg} \alpha) \operatorname{tg} \alpha} \right|, \quad (13)$$

где  $e_{\text{эк}}$  – продольная деформация проволоки, определяемая экспериментально.

При отсутствии, т.е. при не учете трения покоя,  $v_{e\theta} = 1$ .

В создании модели учета трения на деформацию  $t$  кручения проволок используем выражение  $t$  работы [1], где учет трения не предусмотрен

$$t = \theta \cos^4 \alpha - (\epsilon_r - \epsilon) r^{-1} \sin^3 \alpha \cos \alpha. \quad (14)$$

Для удобства дальнейшего изложения материала это выражение представим так:

$$t = \varepsilon K_{t\varepsilon} + \theta K_{t\theta} + \omega K_{t\omega}. \quad (15)$$

**Удельная деформация**  $K_{t\theta}$  кручения проволоки с учетом трения, связанного с деформациями кручения  $\theta$  и сужения  $\omega$  каната

$$K_{t\theta} = v_{t\theta} \cos^4 \alpha (1 + \mu_\theta r^{-1} \operatorname{tg}^3 \alpha), \quad (16)$$

где  $v_{t\theta}$  – коэффициент учитывающий влияние трения на деформацию кручения  $t$  проволоки, связанную с деформацией кручения  $\theta$  каната.

Коэффициента  $v_{t\theta}$  в (16) получается на основе зависимостей осевых моментов инерции относительно параллельных осей [6]. При этом  $v_{t\theta}$  входит в выражение полярного момента инерции сечения проволоки, расположенной на расстоянии радиуса свивки слоя, от центра тяжести сечения каната

$$J_{0r} = \frac{\pi \delta^4}{32} (1 + 8 K_{t\theta} (r/\delta)^2), \quad (17)$$

где  $r$  и  $\delta$  – радиус свивки и диаметр проволоки;

При отсутствии, т.е. не учете трения покоя,  $v_{t\theta} = 0$ .

**Модель учета трения в удельных деформациях проволок при чистом растяжении каната.** При этом канат получает продольную  $\varepsilon$  и поперечную  $\omega$  деформации. **Удельная деформация**  $K_{e\varepsilon}$ , учитывающая трение, предлагается в таком виде

$$K_{e\varepsilon} = \cos^2 \alpha (1 - v_{e\omega} \mu_\varepsilon \operatorname{tg}^2 \alpha). \quad (18)$$

Выражение  $v_{e\omega} \mu_\varepsilon \sin^2 \alpha$  имеет роль удельной поперечной деформации по радиусу слоя проволок, где  $v_{e\omega}$  – коэффициент, который учитывает влияние трения на продольную деформацию проволоки, в связи с поперечной  $\omega$  деформацией каната;  $\mu_\varepsilon$  – коэффициент поперечной деформации [2].

Руководствуясь принципом суперпозиции составляющие в (8) можно представить отдельно. При не учете трения составляющая  $\omega K_{e\omega}$  в выражении (5) не является продольной деформацией  $e(\omega)$ , а будут полностью относительным перемещением вне зависимости от направления свивки слоя (рис.3)

$$\max c(\omega) = \mu_\varepsilon \sin^2 \alpha. \quad (19)$$

Реальное наличие трения создает сопротивление такому перемещению. Проволока получает продольную деформацию  $e(\omega)$  нарастающую до состояния трения движения в соответствии с условием  $F_c \geq F$ . При этом относительное перемещение равно разности

$$c(\omega) = \max c(\omega) - e(\omega). \quad (20)$$

На рис.3 в каждом слое такие перемещения показаны для одной проволоки хотя это относится ко всем проволокам слоя.

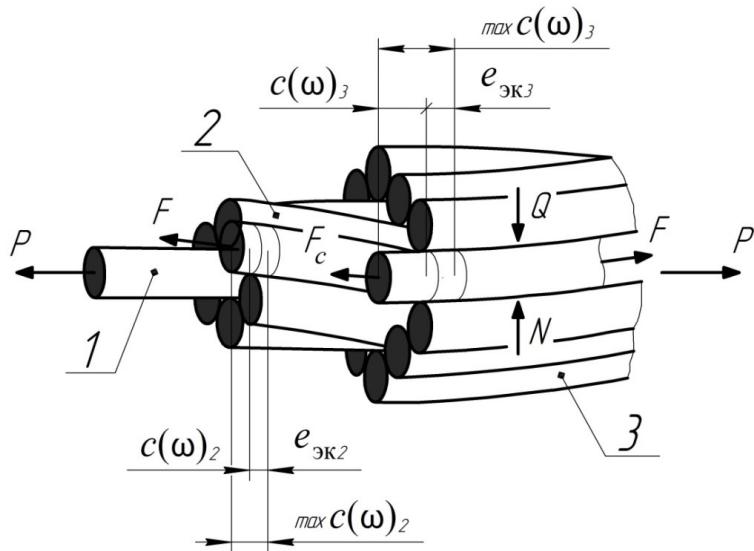


Рисунок 3 – Модель деформирования проволок в канате при чистом растяжении с учетом межэлементного трения: 1 – сердечник; 2,3 – слои повива

Отмеченная механика обеспечивается коэффициентом пропорциональности (рис.3)

$$v_{e\omega} = \frac{c(\omega)}{\max c(\omega)}, \quad (21)$$

который на основе (21) с учетом (8) и выражений  $K_{ee}; K_{e\omega}$  получает вид

$$v_{e\omega} = 1 - \frac{e_{ek}(\omega)}{\mu_e \sin^2 \alpha}, \quad (22)$$

где  $e_{ek}(\omega)$  – экспериментальное значение продольной деформации проволоки при чистом растяжении каната, обусловленное трением при поперечной деформации  $\omega$  каната.

Отметим, что для спиральных канатов весомость влияния на напряженно-деформированное состояние коэффициента  $v_{e\omega}$  в (18) так же незначительная, как и влияние сужения элементов от эффекта Пуассона. Для витых изделий с неметаллическим сердечником, например каротажных кабелей, отмеченное влияние значительно весомее и его следует учитывать.

**Модель учета трения на продольную деформацию проволок  $e(\chi)$  от изгиба каната в зоне его навивки на барабан строим на основе выражения [1]**

$$e(\chi) = \chi r \cos^2 \alpha \cos \varphi, \quad (23)$$

где  $\chi = \frac{1}{R}$  – кривизна при плоском изгибе в зоне навивки на барабан с радиусом  $R$ ;  
 $\varphi$  – угловая координата проволоки в слое.

Выражение (23) основано на гипотезе плоских сечений и предположении, что нейтральная линия (ось поворота сечения) совпадает с главной центральной осью сечения каната. Заметим, что формула (23) формально предполагает трение покоя между проволоками. Из этого вытекает, что изгибная жесткость сечения каната должна равняться изгибной жесткости сечения сплошного стержня с формой сечения каната.

Напряжения в проволоках каната одинарной свивки от его плоского изгиба предлагаются вычислять по формуле [1]

$$\sigma = E \frac{\delta}{2R} \cos 2\alpha \cos^2 \alpha \cos \varphi. \quad (24)$$

Напряжение и деформация имеют единственную связь

$$\sigma = E e(\chi). \quad (25)$$

Отсюда видно, что формулы (23) и (24) не согласуются. Исходя из (23) и (25) напряжение должно иметь вид

$$\sigma = E \frac{1}{R} (r \cos \varphi + \frac{\delta}{2}). \quad (26)$$

Еще одно противоречие в [1] в определении изгибной жесткости канатов, в том числе, одинарной свивки в натянутом состоянии. Предлагается изгибную жесткость определять по формуле [1]

$$G_{us} = g \sum EJ, \quad (27)$$

где  $g$  – коэффициент увеличения изгибной жесткости сечения каната по сравнению с суммой изгибных жесткостей всех его проволок.

В данной работе предпринимается попытка устранить указанные противоречия. Путь к устранению состоит в том, что расчетные схемы деформаций проволок, жесткостей сечений каната и напряжений должны иметь общую основу, т.е. определяться по единой расчетной схеме. Формулы жесткостей сечения каната и напряжений в его проволоках должны вытекать из зависимостей деформаций проволок.

В работе [2] в выражение (23) введен коэффициент  $\nu_{e\chi}$ , учитывающий влияние межэлементного трения на продольную деформацию проволок от изгиба каната. Возможный интервал значений коэффициента:  $0 \leq \nu_{e\chi} \leq 1$ . Значение  $\nu_{e\chi} = 0$  соответствует состоянию отсутствия трения. При этом проволоки от изгиба каната деформацию растяжения  $e(\chi)$  не получают, а имеют только свободное

перемещение. Значение  $\nu_{e\chi} = 1$  соответствует сплошному стержню с канатной формой сечения и выражение (23) всецело будет представлять продольную деформацию проволоки от изгиба каната. Действительное значение указанной деформации проволоки получается при действительном значении коэффициента  $\nu_{e\chi}$ :

$$e(\chi) = \nu_{e\chi} \chi r \cos^2 \alpha \cos \varphi. \quad (28)$$

**Удельная продольная деформация** проволоки, связанная с деформацией изгиба каната

$$K_{e\chi} = \nu_{e\chi} r \cos^2 \alpha \cos \varphi. \quad (29)$$

Коэффициент  $\nu_{e\chi}$  предполагается определять экспериментально на основе формулы

$$\nu_{e\chi} = \frac{D(1 + \frac{d}{D})e_{ek}(\chi)}{2r \cos^2 \alpha \cos \varphi}, \quad (30)$$

где  $D$  и  $d$  – диаметр барабана и каната;

$e_{ek}(\chi)$  – экспериментально определенная продольная деформация проволоки от изгиба каната, которую можно получать электротензометрированием по методике изложенной в [7,8].

На основе обработки экспериментальных данных работы [8] по методике, изложенной в [9], получены значения коэффициента  $\nu_{e\chi}$ , приведенные табл.1, где  $T_1$  и  $T_2$  – соответственно усилия натяжения на прямолинейном участке на расстоянии более одного шага от сечения соприкосновения каната с блоком и усилие в другом сечении на расстоянии 1/4 шага от сечения соприкосновения каната с блоком.

Из табл. 1 видно, что в исследуемом интервале натяжений каната и кривизны его изгиба на блоке зависимость  $\nu_{e\chi} = f(\sigma_{cp}, D)$  можно считать линейной. Если такой же характер зависимости распространить до предельного натяжения, соответствующего несущей способности каната при  $D/d = 10 - 50$ , то значение коэффициента  $\nu_{e\chi}$  выходит на уровень 0,1 – 0,12.

**Таблица 1–Результаты экспериментов [8] и их обработка**

Диаметр каната $d, \text{мм}$ и отношение $D/d$	Усилия в проводке [8], $H$		Концевое усилие $P$ по (13), $\text{Н}$	Среднее напряжен ие $\sigma_{cp},$ $\text{МПа}$	Коэффицие нт $\nu_{e\chi}$
	$T_1$	$T_2$			
$d = 6$ $D/d = 25$	309	550,6	5778,4	269	0,0366
	231,6	431	4330,4	201,6	0,0302
	152,5	291,4	2852,5	132,8	0,0210
$d = 6$ $D/d = 44$	318,5	507,3	5956	277,3	0,0495
	246,5	387,4	4610	214,6	0,0369
	166,5	285,8	3711,6	172,8	0,0313

	79,1	160,8	1479,4	68,9	0,0214
--	------	-------	--------	------	--------

Достоверность таких значений  $\nu_{e\chi}$  подтверждается в работе [2] приемлемым совпадением теоретических и экспериментальных данных несущей способности канатов при растяжении на вращающемся барабане.

При малых кривизнах изгиба, которые получают пряди в канатах двойной свивки при их свободном растяжении, коэффициенты  $\nu_{e\chi}$  при соответствующих натяжениях значительно больше. Так, при натяжениях соответствующих несущей способности канатов двойной свивки в условиях свободного растяжения, как показано в работе [2], следует принимать  $\nu_{e\chi} = 0,6 - 0,85$ .

**Вся совокупность удельных деформаций проволок в пряди или в канате одинарной свивки на основе [1] и с учетом предлагаемых моделей влияния трения имеют вид:**

$$K_{ee} = \cos^2 \alpha (1 - \nu_{e\omega} \mu_e \tan^2 \alpha); \quad (31)$$

$$K_{e\theta} = \nu_{e\theta} \cos^2 \alpha \tan \alpha (r + \mu_\theta \tan \alpha); \quad (32)$$

$$K_{e\omega} = \nu_{e\omega} \sin^2 \alpha; \quad (33)$$

$$K_{e\chi} = \nu_{e\chi} r \cos^2 \alpha \cos \varphi; \quad (34)$$

$$K_{e\zeta} = \nu_{e\zeta} r \cos^2 \alpha \sin \varphi; \quad (35)$$

$$K_{t\epsilon} = (1 - \nu_{t\epsilon} \mu_\epsilon) r^{-1} \cos \alpha \sin^2 \alpha; \quad (36)$$

$$K_{t\theta} = \nu_{t\theta} \cos^4 \alpha (1 + \mu_\theta \tan^3 \alpha / r); \quad (37)$$

$$K_{t\omega} = \nu_{t\omega} r^{-1} \cos \alpha \sin^3 \alpha; \quad (38)$$

$$K_{t\chi} = -\nu_{t\chi} \cos^2 \alpha \sin 2\alpha \cos \varphi; \quad (39)$$

$$K_{t\zeta} = \nu_{t\zeta} \cos^2 \alpha \sin 2\alpha \sin \varphi; \quad (40)$$

$$K_{b\epsilon} = -(1 + \nu_{b\epsilon} \mu_\epsilon) r^{-1} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha; \quad (41)$$

$$K_{b\theta} = \nu_{b\theta} \sin 2\alpha (1 + \cos^2 \alpha); \quad (42)$$

$$K_{b\omega} = \nu_{b\omega} r^{-1} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha; \quad (43)$$

$$K_{b\chi} = \nu_{b\chi} \cos^2 \alpha \cos 2\alpha \cos \varphi; \quad (44)$$

$$K_{b\zeta} = -\nu_{b\zeta} \cos^2 \alpha \cos 2\alpha \sin \varphi; \quad (45)$$

$$K_{n\chi} = -\nu_{n\chi} \cos^3 \alpha (1 + 2 \tan^2 \alpha) \sin \varphi; \quad (46)$$

$$K_{n\zeta} = \nu_{n\zeta} \cos^3 \alpha (1 + 2 \tan^2 \alpha) \cos \varphi, \quad (47)$$

где  $\nu_{e\omega}, \nu_{e\theta}, \nu_{e\chi}, \dots, \nu_{n\zeta}$  – коэффициенты влияния межэлементного трения на деформации проволок в канате.

Наиболее весомое влияние на деформации проволок и жесткостные характеристики канатов дают коэффициенты

$V_{ee}; V_{e\theta}; V_{eo}; V_{e\chi}; V_{e\theta}$ , методика определения которых рассмотрена выше.  
Влияние остальных коэффициентов трения на порядок меньше.

**Жесткости сечения каната с учетом межэлементного трения определяются на основании теоремы [2, 6]:**

«Вторая частная производная от удельной потенциальной энергии деформирования каната по любой деформации равна соответствующей жесткости его сечения». Вся совокупность 16-ти жесткостей каната определяется матричной формулой [2]:

$$|G| = \sum_{i=1}^s \Lambda_i |K|_i \begin{vmatrix} \Phi_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_u \end{vmatrix} |K|_i^T, \quad (48)$$

где  $s$  – количество проволок каната;

$\Lambda_i = \sec \alpha \cdot \sec \beta$ ; ( $\alpha$  и  $\beta$  – углы свивки проволок и прядей);

$|K|_i$  – матрица удельных деформаций (31)...(47)  $i$ -ой проволоки;

$\Phi_p = EA$ ,  $\Phi_t = 2GI$  и  $\Phi_u = EI$  – продольная, крутильная и изгибная жесткости сечения проволок.

**Влияние межэлементного трения на внешнее деформированное состояние каната осуществляется через его жесткости (48).** При этом деформации каната [2,10]:

$$|DK| = |\varepsilon \theta \chi \varsigma| = |G|^{-1} |F|, \quad (49)$$

где  $|F|$  – вектор внутренних усилий в канате, зависящий от схемы его нагружения.

**Внутреннее деформированное состояние каната.** После вычисления деформаций каната деформации проволок определяются формулой

$$|D\Pi| = |DK| |K|, \quad (50)$$

где  $|D\Pi|$  – матрица деформаций проволок;

Это блочная матрица  $1 \times s$ . Каждый ее компонент представляет матрицу с деформациями  $i$ -ой проволоки

$$|D\Pi_i| = |etbn|, \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (51)$$

где  $e, t$  и  $b, n$  – деформации растяжения, кручения и изгиба проволоки.

**Проверка модели влияния трения на жесткостные характеристики и деформации каната.**

1. Главные жесткости канатов  $G_{11}, G_{22}, G_{33}, G_{44}$  при граничных значениях коэффициентов  $V_{e\theta} \dots V_{e\chi}$  соответствуют жесткостям

стержней с «канатной формой» сечения при винтовой анизотропии свойств материала, а при нулевых углах свивки изотропным стержням с указанной формой сечения. Жесткости влияния при этом получаются равными нулю.

2. Канаты с коэффициентом неуравновешенности  $\psi \leq 0,2 \div 0,3$  при учете трения имеют теоретическую и опытную деформацию кручения  $\theta$  при свободном растяжении близкую к нулю [2]:

$$\psi = \frac{G_{12}}{G_{12m}}; \quad \theta = -\frac{PG_{12}}{G_{11}G_{22} - G_{12}^2}, \quad (52)$$

где жесткости  $G_{12}; G_{11}; G_{22}$  вычислялись с учетом трения.

**Пример.** Канат  $d = 7,9 \text{ мм}$  конструкции  $1/1,3 - 6/1,2 - (6/1 + 6/1,3) + 18/1,1$  ( $\alpha_1 = 0; \alpha_2 = 8,40^\circ; \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 16^\circ; E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; G = 0,4E$ ).

**При расчете по схеме отсутствия трения:**

$G_{12} = 1334 \text{ кНмм}; G_{11} = 6305 \text{ кН}; G_{22} = 4475 \text{ кНмм}^2$ ; коэффициент неуравновешенности  $\psi = 0,29$ ; деформация кручения  $\theta = -1,42 \text{ рад / м}$  при нагрузке соответствующей запасу прочности  $kz = 2$  по разрывному усилию  $P_{ae} = 0,83P_c$  (предел прочности проволок  $\sigma_e = 1800 \text{ МПа}$ ).

**Расчет с учетом реально существующего трения.**

При  $\nu_{e\theta} \div \nu_{b\theta}$  в интервале  $0,9/0,47 \div 0,9/0,50$  и при  $\nu_{t\theta} = 0,1/0,2$  (в числителе значения для внутренних слоев, а в знаменателе для наружного слоя проволок)  $G_{22} = 4817 \div 4904 \text{ кНмм}^2$ ;  $G_{12}$  от  $-47,7$  до  $+39,4 \text{ кНм}$ . Деформация кручения  $\theta$  от  $+0,045 \text{ рад / м}$  до  $-0,0361 \text{ рад / м}$ .

Уменьшение  $\theta$  в  $30 \div 45$  раз, т. е. кручение отсутствует. Нулевое кручение показывает эксперимент, что свидетельствует о существенном повышении точности предлагаемой расчетной схемы учета трения.

**Замечание.** В работе [11] указывается на недостаточную надежность для практических расчетов жесткостных характеристик канатов по причине не учета трения в теории [1]. Эту же причину указано и по отношению работы [12]. Возможно, полученное выше повышение точности в определении жесткостных характеристик за счет учета трения достаточно для их надежного использования в практических расчетах канатов.

Результаты численных исследований деформированного состояния канатов различных конструкций с учетом трения представлены в табл. 2, где указаны также опытные значения деформаций  $\varepsilon$  и  $\theta$ .

**Таблица 2 Деформированное состояние канатов с учётом трения**

№	P, кН (kz)	$V_{e\theta}$ — $V_{b\theta}$	$V_{t\theta}$	G <sub>22</sub> , кНмм <sup>2</sup>	G <sub>12</sub> , кНмм	$\theta \times 10^3$ , град./м		Расходжение $\Delta\theta$ , %	$\varepsilon \times 10^3$		Расхождение $\Delta\varepsilon$
						опыт	расч.		опыт	расч.	
$d = 5,5\text{мм};$ конструкция: 1/1,9+6/1,8; $P_c = 32,58$ кН; $G_{11}=3366$ кН											
1	1,0 (27)	—	—	—	—	25	22*	12	0,47	0,40*	0,15
2		1	0	1057	1095		26,6	6,4		0,448	0,047
3		0,99	0,01	1082	1084		25,17	0,68		0,438	0,068
4		0,995	0,005	1070	1089		25,86	3,44		0,451	0,04
$d = 4,3\text{мм};$ конструкция: 1/1,5+6/1,4; $P_c = 19,806$ кН; $G_{11}=2046$ кН											
5	6,0 (2,7)	—	—	—	—	315	280*	11	4,6	3,9*	0,15
6		1	0	391	519		335	6,35		4,41	0,04
7		0,96	0,005	382,9	488,9		320	1,6		4,29	0,06
8		0,95	0,0075	382,5	493,8		314	0,3		4,25	0,07
9		0,94	0,01	382,2	488,7		309	1,9		4,21	0,08
$d = 7,14\text{мм};$ конструкция: 1/15,+6/1,41+12.1,41; $P_c = 53,77$ кН; $G_{11}=5388$ кН											
10	6,0 (7,4)	—	—	—	—	180	172*	4,4	2,82	2,58*	0,085
11		1	0	2547	2931		196	8,9		2,98	0,056
12		0,99	0,01	2533	2878		184	2,2		2,83	0,003
13		0,98	0,005	2527	2852		179	0,5		2,76	0,021
14		0,98	0,0175	2629	2897		173	3,9		2,73	0,031

**Примечание:**

- Опытные значения  $\theta$  и  $\varepsilon$ , а также расчётные с индексом\* (первые строчки по каждому канату), взяты из работы М. Ф. Глушко [1]. Далее помещены расчётные значения по методике [1]. Среди них строчки 2, 6, 11 соответствуют состоянию отсутствия трения, остальные показывают влияние сопротивления от трения между слоями проволок на жесткостные характеристики и деформации канатов.
- Расчеты выполнены при следующих данных: модуль упругости проволок  $E=2 \cdot 10^5$  МПа; кратность свивки 10.
- В колонке нагрузки сила  $P$  в кН символ (kz) означает запас прочности ( $kz = 0,83 P_c/F_c$  при  $\sigma_b = 1800$  МПа).

4. Для каната  $d=7,14$  мм в колонках  $V_{e\theta}, V_{b\theta}, V_{t\theta}$  в строчках 12, 13, 14 верхние значения для внутреннего слоя, а нижние для наружного.

5. Ориентиром для численных значений коэффициентов  $V_{e\theta}, V_{b\theta}, V_{t\theta}$  приняты следующие соображения. Во-первых, экспериментальные значения подобных коэффициентов, учитывающих трение между проволоками в зоне навивки каната на барабан согласно работе [8], во-вторых, уровень растягивающей нагрузки, показателем которой является запас прочности  $kz$ .

**Выводы.** На основании анализа табл.2 считаем возможным отметить следующие:

- приемлемость предлагаемой теории учета межэлементного трения подтверждается численными исследованиями жесткостных характеристик канатов при максимально возможных значениях коэффициентов  $V_{e\theta} \div V_{t\theta}$ , при которых канат превращается в стержень с формой сечения каната;
- учет трения повышает точность расчетной схемы канатов по части определения их жесткостных характеристик, а значит и внешнего деформированного состояния;
- расхождение при учете трения расчетных значений деформаций кручения  $\theta$  и растяжения  $\varepsilon$  с опытными данными в 5...10 раз меньше по сравнению с расчетом без учета трения;
- необходимо расширить экспериментальные исследования по непосредственному численному определению коэффициентов  $V_{e\theta} \div V_{t\theta}$ , учитывающих трение.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Глушко М.Ф. Стальные подъемные канаты. — К.: Техніка.— 1966. —325 с.
2. Чаюн, И.М. Несущая способность подъемных канатов и лент /И.М. Чаюн. — Одесса: Астропринт, 2003. — 233 с.
3. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин / Г.Г. Баранов — М.: Машгиз. — 1958, — 488 с.
4. Чаюн М.И. Концепция учета трения между элементами канату /М.И. Чаюн, И.М. Чаюн // Стальные канаты. Вып.6. — Одесса: Астропринт, 2008. — С. 24 — 37.
5. Чаюн И.М. Роль трения в деформированно-напряженном состоянии канатов / И.М. Чаюн // Стальные канаты. Вып.6. — Одесса: Астропринт, 2008. — С. 37 — 48.
6. Чаюн И.М. Сопротивление материалов / И.М. Чаюн. — Одесса: Астропринт. — 2013. — 374 с.
- 7 Никитин И.Ф. Распределение напряжений в канате при пробегании его по блоку // Стальные канаты. - Вып. 3.— К.: Техніка. — 1966. — 326 с.

8. Никитин И. Ф. Дополнительные усилия при переходе каната из прямого в изогнутый // Стальные канаты. — Вып. 4. — К.: Техніка, 1967— С. 81— 85.

9. Чаюн, И.М. Экспериментальная проверка модели формирования изгибной жесткости каната / И.М. Чаюн // Стальные канаты. Вып.3. — Одесса: Астропринт, 2003. — С. 56 — 63.

10. Чаюн И.М. Связь изгибной жесткости подъемного кабель-каната с его деформированно-напряженным состоянием / И.М. Чаюн, А.В. Непомнящий, М.И.Чаюн // Підйомно-транспортна техніка. — 2016.— №2. — С. 42 — 55.

11. Бережинский В.И. Канаты шахтных подъемных установок / В.И. Бережинский, А.Н. Шатило. — М.: Университетская книга, 2015. — 232 с.

12. Pichot G. Cables d' extraction. Revue de l'Industri Minerale: doc.S.I.M. // K1. 1959. № spes.

УДК 621.865.8

Михайлов Є.П., к.т.н.; Скринник А.І., магістр.

Одесський національний політехнічний університет

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСОБІВ ЛОКАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЇ МОБІЛЬНИХ РОБОТІВ

**Анотація.** Розглянуті засоби локальної навігації мобільних роботів з різними типами приводів. Отримані залежності для визначення траєкторії переміщення мобільних роботів з використанням засобів одометрії та точності переміщення від помилок встановлення параметрів приводів переміщення та повороту. Дослідження, проведені на макетах роботів з різними типами двигунів показали, що точність переміщення відповідає отриманим залежностям.

**Ключові слова:** локальна навігація, привід, одометрія, траєкторія переміщення.

**Аннотация.** Рассмотрены средства локальной навигации мобильных роботов с различными типами приводов. Получены закономерности для определения траектории перемещения мобильных роботов с использованием средств одометрии и точности перемещения от ошибки установки параметров приводов перемещения и поворота. Исследование, проведенное на макетах роботов с различными типами двигателей, показали, что точность перемещения соответствует полученным закономерностям.

**Ключевые слова:** локальная навигация, привод, одометрия, траектория перемещения.

**Zusammenfassung.** Es wurde die lokale Navigation mobiler Roboter mit verschiedenen Arten von Antrieben ausgelegt. Sind die Regelmäßigkeiten für die Pfadbestimmung von mobilen Robotern mit der Verwendung von Odometriemitteln und für die Genauigkeit des Weges von den Fehler der Parametereinstellung der Bewegungs- und Drehantriebe erhalten. Die Testprobe des Robotermusters mit verschiedenen Arten von Motoren hat gezeigt, dass die Genauigkeit der Bewegung der erhaltenen Regelmäßigkeiten einstimmt.

**Stichworte:** lokale Navigation, Antrieb, Odometrie, Pfad.

### Постановка проблеми.

Мобільні роботи усе частіше використовуються для автоматизації виробничого процесу, переміщення вантажу у складських приміщеннях, товарної логістики у торговельних мережах сфери харчування, будівельної та інших сфер. Головним показником для використання мобільних роботів є ефективність засобів навігації мобільного робота, що забезпечують максимальну швидкість руху

робота, а також орієнтування виконавчого пристрою в зоні навантаження-розвантаження. Методи глобальної навігації дозволяють реалізовувати переміщення з певною точністю, але для безпечної роботи і позиціонування робота при здійсненні функцій навантаження-розвантаження необхідні методи локальної навігації.

### **Аналіз останніх досліджень та публікацій**

Для встановлення маршруту переміщення мобільних роботів використовують різні засоби локальної та глобальної навігації [1, 2]. При використанні глобальної навігації, яка забезпечує високу точність переміщення, потрібні зовнішні засоби орієнтування, що ускладняє систему керування мобільного робота. Засоби локальної навігації можуть використовувати як зовнішні так і внутрішні засоби орієнтування.

До засобів зовнішнього орієнтування можна віднести системи маршрутослідування з використанням датчиків, що використовують вказівники маршруту, та ідентифікатори на шляху пересування робота.

Внутрішні засоби орієнтування використовують визначення шляху переміщення за допомогою одометричних датчиків [3] та датчиків орієнтації робота та його окремих пристрій. Недоліком цього методу є накопичування помилки, тому він використовується при переміщенні на короткі дистанції [4].

### **Постановка мети та задач дослідження.**

Метою роботи є дослідження можливостей використання внутрішніх засобів локальної навігації для переміщення мобільних роботів по вказаному маршруту з урахуванням типів приводів, що використовуються для переміщення робота. При цьому були розглянуті мобільні роботи з диференціальним приводом та приводом типу трицикл, що використовують двигуни постійного струму та крокові двигуни. Задачі дослідження полягали у визначенні залежності точності переміщення від параметрів приводів, що використовують для програмування траекторії переміщення.

### **Викладка основного матеріалу.**

Розглянуті два типи приводів переміщення роботів, що використовуються найчастіше, а саме, диференціальний привод та привод типу трицикл (рис. 1).

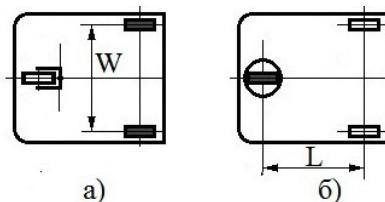


Рис.1. Мобільні роботи з диференціальним приводом (а) та приводом типу трицикл (б)

Для програмування шляху переміщення роботів найчастіше використовують переміщення по прямій та дузі кола (лінійну та кругову інтерполяцію).

При цьому основним параметром є шлях, який проходить ведуче колесо. Для визначення цього шляху у двигунів постійного струму найчастіше використовують засоби одометрії з датчиками, які видають певну кількість імпульсів на одне обертання колеса. Крокові двигуни здійснюють обертання на певний кут при подачі одного імпульсу і тому не потребують датчиків обертання.

При переміщенні по прямій шлях, що проходить робот незалежно від типу привода, залежить від кута повороту ведучого колеса (для робота з диференціальним приводом обидва ведучих колеса обертаються з однаковою швидкістю).

Оскільки одометричний датчик здійснює вимірювання кута переміщення колеса, то шлях  $l$ , що проходить колесо при обертанні на кут  $\varphi$  дорівнює

$$l = d \varphi / 2,$$

де  $d$  - діаметр колеса,  $\varphi$  кут обертання колеса у радіанах.

На рис. 2 наведені геометричні показники переміщення по дузі мобільних роботів з диференціальним приводом (а) та приводом типу трицикл (б) при використанні кругової інтерполяції.

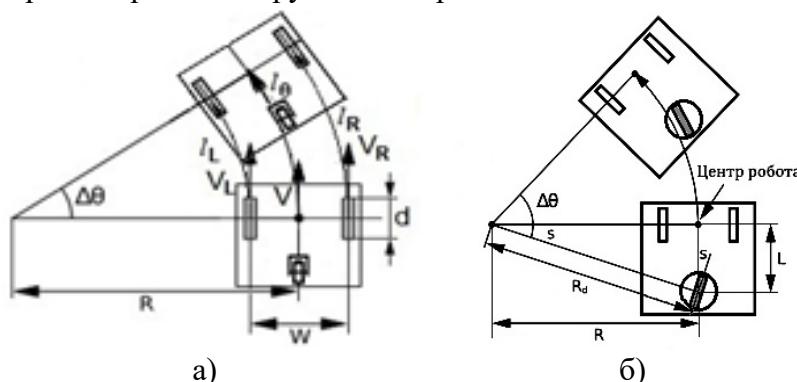


Рис.2. Геометричні показники переміщення по дузі мобільних роботів з диференціальним приводом (а) та приводом типу трицикл (б)

Для мобільного робота з диференціальним приводом радіус дузі  $R$ , кут повороту  $\Delta\theta$ , швидкості переміщення лівого та правого коліс  $V_L$ ,  $V_R$  та відстань між колесами  $W$  пов'язані такими залежностями [5, 6]:

$$R = \frac{W(V_R + V_L)}{2(V_R - V_L)}$$

$$\Delta\theta = \frac{(V_R - V_L)\Delta t}{W} = \frac{l_R - l_L}{W}$$

При цьому радіус дузі лівого колеса дорівнює  $R - W/2$ , тому воно повинне пройти шлях:

$$l_L = V_L \Delta t = (R - W/2) \Delta\theta$$

Радіус дузі правого колеса дорівнює  $R + W/2$ , тому воно повинно пройти шлях:

$$l_R = V_R \Delta t = (R + W/2) \Delta\theta$$

Для мобільного робота з приводом типу трицикл радіус дузі  $R$ , кут повороту  $\Delta\theta$ , кут повороту ведучого рульового колеса  $s$  та відстань між осями опорних коліс і ведучого рульового колеса  $L$  пов'язані такими залежностями [5, 6]:

$$R = \frac{L}{\tan s}$$

$$s = \tan^{-1} \frac{L}{R}$$

$$\Delta\theta = \frac{V\Delta t}{R_d} = \frac{V\Delta t \sin s}{L} = \frac{l \sin s}{L}$$

Тоді для повороту робота на кут  $\Delta\theta$  відстань  $l_{\Delta\theta}$ , яка буде пройдена приводним колесом, дорівнює:

$$l_{\Delta\theta} = \frac{L\Delta\theta}{\sin s}$$

Для переміщення на відстань  $l$  кількість імпульсів  $n_l$ , що повинен видати одометричний датчик при використанні двигуна постійного струму, або яка подається на кроковий двигун для переміщення, дорівнює:

$$n_l = \frac{n_d l}{d\pi}$$

де  $n_d$  - кількість імпульсів датчика на одне обертання колеса,  $d$  - діаметр колеса.

Для зменшення площини, що потрібна для розвороту робота доцільно здійснювати розворот з мінімальним радіусом (розворот на місці). (рис.3).

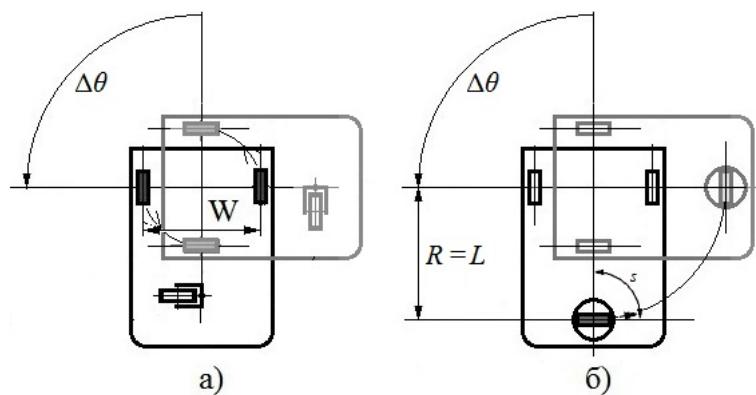


Рис.3. Схема розвороту на місці мобільних роботів з диференціальним приводом (а) та приводом типу трицикл (б)

Далі наведені залежності визначення кількості імпульсів, що використовує система керування, для найпростіших переміщень, а саме, для переміщення по прямій та повороту на вказаний кут на місці робота з диференціальним приводом та приводом типу трицикл.

Для повороту робота з диференціальним приводом на кут  $\Delta\theta$  маємо:

$$n_{\Delta\theta} = \frac{n_d W \Delta\theta}{d_\pi}$$

де  $W$  - відстань між колесами робота.

Для повороту робота з приводом типу трицикл на кут  $\Delta\theta$  маємо:

$$n_{\Delta\theta} = \frac{n_d L \Delta\theta}{d_\pi}$$

де  $L$  - відстань між осями ведучого рульового та опірних коліс робота.

Точності переміщення мобільного робота складається від помилок визначення шляху переміщення, а саме, від точності одометричного датчика, помилок встановлення швидкості обертанні коліс та помилок повороту рульового колеса.

Точність визначення шляху за допомогою одометричного датчика визначається шляхом, що проходить колесо, між двома імпульсами.

Якщо  $n_d$  - кількість імпульсів датчика на одне обертання колеса, а  $d$  - діаметр колеса, то помилка  $\Delta l$  буде складати

$$\Delta l = \frac{d\pi}{n_d}$$

Для визначення точності переміщення за рахунок помилок встановлення швидкості обертанні коліс та помилок повороту рульового колеса можна використати залежності, отримані для визначення залежності шляху переміщення та куту повороту при вказаному радіусі при використанні кругової інтерполяції для мобільних роботів з диференціальним приводом та приводом типу трицикл.

Дослідження проводилися на макетах роботів з різними типами двигунів (двигуни постійного струму та крокові двигуни).

Для визначення шляху та напрямку переміщення використовувалися засоби одометрії, а саме, датчики визначення кута обертання коліс та датчики кута повороту рульового колеса (для трицикла).

Зовнішній вигляд та принци дії оптичного датчика для визначення кругового переміщення, що використовується в системах керування мобільними роботами на базі контролерів Arduino, показаний на рисунку (рис.4).



Рис.4. Зовнішній вигляд, схема встановлення, схема видачі імпульсів одометричного датчика, що встановлений на приводному поворотному колесі мобільного роботу з диференційним приводом.

Для дослідження мобільних роботів з диференціальним приводом використовувались такі макети:

1) макет на основі робототехнічного конструктора MINDSTORMS NXT 2.0, який має у своєму складі регульовані приводи постійного струму з регулюванням швидкості обертання та датчиком визначення кута обертання з точністю  $1^\circ$ ;

2) макет на основі крокових двигунів з системою керування на основі контролерів Arduino. При цьому використовувались крокові двигуни без редуктора, що забезпечують 200 кроків на одне обертання, та двигуни з редуктором, що забезпечують 4096 кроків на одне обертання

Використання крокових двигунів дає можливість встановлювати шлях та кут переміщення без датчиків кута обертання, а також досить точним встановленням швидкості обертання, що визначається частотою імпульсів.

---

Але точність переміщення та встановлення швидкості обертання при цьому визначається кількістю імпульсів на одне обертання.

**Висновок:**

Розглянуті засоби локальної навігації мобільних роботів з різними типами приводів.

Отримані залежності для переміщення вказаних роботів по дузі кола з визначенням радіусом. Наведено, що радіус повороту робота з диференціальним приводом визначається відношенням швидкості обертання коліс, а у робота типу трицикл кутом повороту рульового колеса.

Отримані залежності для визначення траекторії переміщення мобільних роботів з використанням засобів одометрі та точності переміщення від помилок встановлення параметрів приводів переміщення та повороту.

Дослідження, проведені на макетах роботів з різними типами двигунів показали, що точність переміщення відповідає отриманим залежностям.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Mobile Robot Navigation. Edited by Alejandra Barrera. Published by InTech. Croatia. 2010.
2. Bischoff B., Nguyen-Tuong D., Streichert F., Ewert M., Knoll A.. Fusing Vision and Odometry for Accurate Indoor Robot Localization. //12th International Conference on Control, Automation, Robotics & Vision Guangzhou, China, 5-7th December 2012.
3. Chong K.S., Kleeman L. Accurate Odometry and Error Modelling for a Mobile Robot, MECSE-1996-6.
4. Михайлов Е.П., Ременюк Б.С. Реализация перемещения мобильного робота в автоматизированном складе // Электротехнические и компьютерные системы. 2016. № 23.
5. Михайлов Е.П., Крись М.В. Локальная навігація мобільних роботів з використанням засобів одометрії // Подъемно-транспортная техника. – 2015. – № 4 (48). – с.21–30.
6. Антонов А. Описание движения мобильного робота. // 23 июня, 2014. Робототехника. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://robotosha.ru/robotics/robot-motion.html>.

УДК 621. 0

Венцель Е.С., д.т.н.; Щукин А.В., к.т.н.; Орел А.В. к.т.н.

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

## УРАВНЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗНАШИВАНИЯ ТРИБОСОПРЯЖЕНИЙ С ПОЗИЦИЙ НЕРАВНОВЕСНОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

**Аннотация.** Получено уравнение интенсивности изнашивания трибосопряжений с позиций неравновесной термодинамики. Показано, что интенсивность изнашивания прямо пропорциональна силе трения  $F^{1/2}$  и обратно пропорциональна объемной концентрации частиц загрязнений смазывающего вещества (масла)  $n^{3/2}$ .

**Анотація.** Отримано рівняння інтенсивності зношування трибосполучень з позицій нерівноважної термодинаміки. Показано, що інтенсивність зношування пряма пропорційна силі тертя  $F^{1/2}$  і зворотно пропорційна об'ємній концентрації частинок забруднень змащуючої речовини (масла)  $n^{3/2}$ .

**Abstract.** The equation of intensity of wear of tribo-conjugations from positions of nonequilibrium thermodynamics is received. It is shown that the wear rate is directly proportional to the frictional force  $F^{1/2}$  and is inversely proportional to the volume concentration of particles of lubricant (oil)  $n^{3/2}$  contamination.

**Постановка проблемы.** При исследованиях процессов трения и изнашивания трибосопряжений необходимо рассматривать как термодинамическую систему, в которой реализуется деградация энергии макромеханического движения, то есть производится энтропия.

Разработке математических моделей интенсивности изнашивания трибосопряжений посвящены работы И.В. Крагельского [1], Б.И. Костецкого [2], Г. Польцера, Ф. Майсснера [3] и др. Разработанные этими учеными уравнения не учитывают термодинамические процессы, которые возникают при трении элементов трибосопряжений, их механохимические и реологические характеристики, свойства и состояние смазочного масла, количество и дисперсное состояние входящих в него частиц загрязнений и т.п. А.А. Литвиновым и А.Я. Шепелем [4] было разработано соответствующее обобщающее уравнение с учетом свойств смазывающей среды, но большинство параметров, входящих в это

уравнение, были неявными и сложными функциями. Именно потому представляется интересным составить уравнение интенсивности изнашивания трибосопряжений, которое связывало бы параметры поверхностей, смазывающей среды, а также качественный и количественный состав частиц загрязнений в ней (износа и пыли) с показателями трения и изнашивания с позиций классической термодинамики.

**Целью этой работы** является получение уравнения интенсивности изнашивания трибосопряжений с учетом термодинамических процессов, протекающих при трении.

**Изложение основного материала.** Для достижения этой цели примем во внимание то, что в соответствии с математической моделью Л.И. Бершадского [5] трибосопряжения включают в себя возбуждаемые объемы поверхностей трения и смазочные слои.

**Разработка уравнения интенсивности изнашивания.** Для термодинамического описания трибосопряжений запишем основное уравнение термодинамики в виде

$$T \cdot dS \geq dU - F \cdot dl - \mu \cdot dN, \quad (1)$$

где  $T$  – температура;

$dS$  – полное изменение энтропии;

$dU$  – изменение внутренней энергии;

$F$  – сила трения;

$dl$  – перемещение;

$\mu$  – химический потенциал;

$dN$  – изменение количества частиц загрязнений в смазывающем масле в процессе изнашивания.

Для бесконечно малого объема  $V$  трибосопряжений может быть записана локальная формулировка основного закона термодинамики, для чего (1) делим на  $V$  под знаком дифференциала. Приняв во внимание, что в соответствии с уравнением (1) имеет место знак равенства тогда, когда оно описывает термодинамический процесс в физически бесконечно малом объеме, получим:

$$T \cdot d\left(\frac{S}{V}\right) = d\left(\frac{U}{V}\right)U - F \cdot d\left(\frac{l}{V}\right) - \mu \cdot d\left(\frac{N}{V}\right). \quad (2)$$

Введем следующие обозначения:

$$\bar{S} = \frac{S}{V} \text{ – объемная плотность энтропии;}$$

$\tilde{U} = \frac{U}{V}$  – объемна плотность внутренней энергии;

$\frac{N}{V}$  – объемная плотность частиц загрязнений в масле.

Отношение  $l/V$  можно выразить через интенсивность изнашивания

$$I = \frac{dV}{S_k \cdot dl}, \quad (3)$$

где  $dV$  – объем вещества, удаляемого с контактирующих поверхностей вследствие износа;

$S_k$  – площадь контактирующих поверхностей.

Для конечного перемещения  $l$  и конечного объема  $V$  вещества, подвергнутого износу, имеем

$$\frac{l}{V} = \frac{1}{I \cdot S_k} \quad (4)$$

Тогда

$$d\left(\frac{l}{V}\right) = d\left(\frac{1}{I \cdot S_k}\right) \quad (5)$$

Используя введенные объемные характеристики, основное уравнение термодинамики в локальной форме для зоны интенсивного изнашивания может быть записано в виде:

$$T \cdot d\tilde{S} = dU - F \cdot d\left(\frac{1}{I \cdot S_k}\right) - \mu \cdot dN. \quad (6)$$

Для определения смысла химического потенциала  $\mu$  по отношению к трибосопряжению уточним классическое определение этой величины  $\mu = (dU / dN)_{S,V}$  в связи с тем, что частицы, удаляемые в процессе трения, не являются идентичными и объем трибосопряжения не постоянный. Полагая  $\tilde{S} = const$  и  $\tilde{U} = const$ , получим следующее определение для  $\mu$ :

$$\mu = -F \cdot \left[ \frac{\partial \left( \frac{1}{I \cdot S_k} \right)}{\partial n} \right]_{\tilde{S}, \tilde{U}}, \quad (7)$$

где  $n$  – объемная концентрация частиц износа.

Для однородного трибосопряжения эта величина, которую можно назвать статистическим химическим потенциалом, равна

$$\mu = \frac{F}{n \cdot I \cdot S_k}. \quad (8)$$

В соответствии с основными положениями термодинамики неравновесных систем с величиной  $\mu$  можно связать соответствующую термодинамическую силу. Если условиться о наименовании величин, входящих в (1) под знаком дифференциала, обобщенная координата  $(\alpha_i)$ , то силы  $\vec{X}_i$  можно определить по формуле

$$\vec{X}_i = \text{grad} \left( \frac{\partial S}{\partial \alpha_i} \right). \quad (9)$$

Каждой термодинамической силе  $\vec{X}_i$  линейной системе соответствует поток, плотность которого  $\vec{j}$  определяется соотношением

$$\text{div } j = -\frac{\partial \alpha_i}{\partial t}. \quad (10)$$

В предположении о линейной системе связь между силами и потоками будет иметь вид

$$\vec{j} = M \cdot \vec{X}, \quad (11)$$

где  $M$  – коэффициент пропорциональности, называемый кинетическим коэффициентом.

Можно показать, что соответствующему химическому потенциалу  $\mu$  соответствует термодинамическая сила  $\vec{X}_N$ , равная

$$\vec{X}_N = \text{grad} \left( \frac{dS}{\partial N} \right) = -\text{grad} \left( \frac{\mu}{T} \right). \quad (12)$$

Подставляя в (12) значение  $\mu$  из (8), получим

$$\vec{X}_N = \text{grad} \left( \frac{F}{n \cdot I \cdot S_k \cdot T} \right). \quad (13)$$

Поскольку из всех величин, стоящих под знаком градиента, лишь концентрация  $n$  зависит от координат (для однородного трибосопряжения), то

$$\vec{X}_N = -\frac{F}{S_k \cdot T \cdot n^2} \cdot \text{grad } n. \quad (14)$$

В соответствии с основными положениями термодинамики неравновесных систем термодинамической силе  $\vec{X}_N$  соответствует плотность потока частиц  $\vec{j}_N$ , равная

$$\vec{j}_N = \frac{dN}{S_k \cdot dt}. \quad (15)$$

Учитывая, что  $dN=ndV$ , а в соответствии с (3)  $dV=I \cdot S_k \cdot dl$ , находим, что

$$\vec{j}_N = n \cdot I \cdot \frac{dl}{dt} = n \cdot I \cdot \vec{V}. \quad (16)$$

где  $V$  – скорость перемещения.

В соответствии с (11)

$$\vec{j}_N = M_N \cdot \vec{X}_N. \quad (17)$$

Тогда с учетом (14) и (16) получим

$$n \cdot I \cdot \vec{V} = -M_N \cdot \frac{F}{I \cdot S_k \cdot T \cdot n^2} \cdot \text{grad } n. \quad (18)$$

Знак минус в этом уравнении указывает на то, что поток частиц износа направлен противоположно градиенту концентрации.

Поскольку  $M_N = D^* \cdot T$  ( $D^*$  – коэффициент квазидиффузии) имеем

$$n \cdot I \cdot \vec{V} = D^* \cdot \frac{F}{I \cdot S_k \cdot n^2} \cdot \text{grad } n. \quad (19)$$

Откуда, приравнивая модули левой и правой частей этого уравнения, получим

$$I = n^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{D^* \cdot F}{\vec{V} \cdot S_k} \cdot \text{grad } n}, \quad (20)$$

По аналогии с представлениями молекулярно-кинетической теории выразим величину коэффициента квазидиффузии  $D^*$  через скорость частиц  $V_q$  и среднее расстояние  $\lambda$ , проходимое частицей износа. Очевидно, что  $V_q$  приближенно пропорциональна скорости  $V$  перемещения контактирующих поверхностей, а сам коэффициент  $D^*$  должен зависеть от твердости  $HB$ , шероховатости  $\Delta$ , номинального давления  $P_N$  в зоне контакта и других параметров. В связи с этим можно предположить

$$D^* = f(HB; \Delta; P_N \dots) \quad (21)$$

где  $f(HB; \Delta; P_N \dots)$  – неизвестная функция указанных параметров, которая, в принципе, не может быть определена из термодинамических соображений.

Функцию  $f(HB; \Delta; P_N \dots)$  можно представить в виде степенного ряда, если подобрать соответствующий малый параметр. Поскольку в соответствии с (20) интенсивность изнашивания пропорциональна  $\sqrt{D^*}$ , а с другой стороны, она должна быть пропорциональна  $P_N$  и  $\Delta$  и обратно пропорциональна  $HB$ , то коэффициент  $D^*$  также должен зависеть от  $P_N$ ,  $\Delta$  и  $HB$ . Эти три величины могут образовать безразмерный малый параметр  $\delta$ , равный

$$\delta = \Delta \frac{P_N}{HB}. \quad (22)$$

Малость параметра  $\delta$  обусловлена тем, что  $P_N < HB$ , а  $\Delta < 1$ . Тогда функцию можно представить в виде ряда

$$f(\delta) = \sum_{i=0}^k a_i \delta^i \quad (23)$$

где  $a_i$  – безразмерный коэффициент, определяемый экспериментальным путем.

Подставляя это соотношение в (20) получим окончательное выражение для интенсивности изнашивания:

$$I = \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot \lambda}{S_k} \cdot \text{grad } n \cdot \sum_{i=0}^k a_i \cdot \delta^i}. \quad (24)$$

Из полученного выражения следует, что интенсивность изнашивания прямо пропорциональна силе трения  $F^{1/2}$ . При этом если в трибосопряжении, характеризующимся определенным объемом  $V$ , находится смазывающее вещество (масло) с определенной массой частиц загрязнений, то увеличение их числа  $N$ , приводящее к повышенной их объемной концентрации  $n$ , уменьшает интенсивность изнашивания обратно пропорционально  $n^{3/2}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Крагельский И.В. Трение и износ / И.В.Крагельский. – М.: Машиностроение, 1968. – 480 с.
2. Костецкий Б.И. Трение, смазка и износ в машинах / Б.И. Костецкий. – К.: Техника, 1970. – 396 с.
3. Польцер Г. Основы трения и изнашивания / Г.Польцер, Ф. Майсснер. – М. : Машиностроение. – 264 с.
4. Литвинов А.А. Обобщенное уравнение производства энтропии в трибосистеме с учетом свойств смазывающей среды / А.А. Литвинов, А.Я. Шепель // Сб. трудов Киевского института инженеров гражданской авиации «Исследование эксплуатационных свойств АВИАГСМ и спецификаций». – К. : КИИГА, 1987. – С. 39–41.
5. Бершадский Л.И. О взаимосвязи структурных механизмов и диссипативных потоков при кинетическом (некулоновском) трении и износе / Л.И. Бершадский // Трение и износ. – 1989. – Т.10, №2. – С. 358–364.
6. Гленсдорф Г. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флюктуаций / Г. Гленсдорф, И. Пригожин. – М. : Мир, 1973. – 280 с.

---

## ТЕМАТИКА ПУБЛІКАЦІЙ У ЖУРНАЛІ «ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНА ТЕХНІКА»

**Структура, конструкція, кінематика машин**  
**Динаміка, міцність, стійкість**  
**Приводи і системи керування**  
**Діагностика, експлуатація і ремонт**  
**Технологія виробництва машин**  
**Логістика і механізація вантажно-розвантажувальних робіт**  
**Робототехніка**  
**Організація виробництва, економіка, екологія**  
**Науково-методичні питання**

### **ПАМ'ЯТКА АВТОРОВІ**

До друку приймаються статті, які мають такі необхідні елементи (Постанова Президії ВАК України від 15.01.03 №97-05/1):

постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями; аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми і на які спирається автор, виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття; формулювання цілей статті (постановка завдання); виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів; висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку.

Редакційна колегія журналу звертається до авторів з проханням надсилати статті, підготовлені за наступною структурою:

Текст **повинен** бути набраний у текстовому редакторі **MS Word** відповідно наступних вимог:

**параметри сторінки** - формат **“Другой” 17x26 см**; відступи від краю аркушу до тексту: зверху - 2см, знизу - 2,5 см, ліворуч - 2,0 см, праворуч 2,0 см.

**УДК**: лівий верхній кут, шрифт Times New Roman Cyr 12 pt Автори (П.І.Б, учений ступінь, *месте роботи*): шрифт Times New Roman Cyr 12 pt, вирівнювання по лівому краю.

**НАЗВА СТАТТІ**: шрифт Times New Roman Cyr 12 pt, напівжирний, літери прописні, відступ первого рядка 1,27 см, інтервал між рядками одинарний, вирівнювання по центру.

**основний текст** - шрифт Times New Roman Cyr 12 pt, відступ первого рядка - 1,27 см, вирівнювання - за ширину, стиль - Normal, міжрядковий інтервал - **одинарний**.

Стаття може бути структурована: назва розділів виділяється напівжирним шрифтом.

**редактор формул** MS Equation 3.0 - стиль: “Текст”, шрифт Times New Roman,; “Матрица-вектор”, “Числа”, “Функция”, “Переменная” - шрифт Times New Roman, нахилений; “Стр. греческие”, “Пр. греческие” - шрифт Symbol, нахилений;

“Символ” - шрифт Symbol. Розмір: “Обичний” - 14 pt, “Крупний індекс” - 9 pt, “Мелкий індекс” - 7 pt, “Крупний символ” — 14 pt, “Мелкий символ” - 12 pt, Вирівнювання формул - по середині, нумерації формул - по правому краю.

**Таблиця** повинна мати номер і через дефіс - назву. Шрифт Times New Roman Суr 12 pt, вирівнювання по лівому краю. Таблицю не розривати , орієнтація таблиці - тільки книжна.

**Ілюстрації** виконуються тільки засобами машинної графіки (за винятком фотографій). На всі ілюстрації повинні бути зноски у тексті, пронумеровані арабськими цифрами (1,2,...) у порядку згадування у тексті. Ілюстрації повинні мати: надпис „Рисунок”, номер та назву (через дефіс) і розміщуватись під рисунком. Написи на рисунках повинні бути виконані, за можливістю шрифтом розміром 12...8 pt. Товщина ліній - не менше 0,5 pt. Рисунки та фотографії повинні бути вставлені у текст статті і додадково представлені в окремих файлах формату \*.tif, \*.pcx.

Посилання на **літературу** повинні слідувати у порядку їх появи у тексті. Номер посилання у квадратних дужках повинен слідувати за якимось ствердженням, положенням або за прізвищем автора. ЛІТЕРАТУРА - шрифт Times New Roman Суr 12 pt, вирівнювання по середині. Текст - шрифт Times New Roman Суr 12 pt, без відступів та виступів. Опис літератури повинен включати: прізвище автора та ініціали (якщо число авторів менше трьох, то слід привести усіх авторів, а якщо більше - то ім’я першого та “інш.”); для журналів вказати назгу статті, журнал, том і номер, місяць та рік видання, номер сторінки включно. Для книг вказати авторів , назгу, найменування та місце видання, рік і кількість сторінок.

Звернути увагу на відсутність розділових знаків у кінці назгу статі, відомостей про авторів, найменування заголовків, таблиць, підрисувочного підпису і слова ЛІТЕРАТУРА.

Анотації трьома мовами (українська, російська, німецька - окремими абзацами) повинні бути представлені після **НАЗВИ СТАТТИ**. Текст - шрифт Times New Roman Суr 12 pt, вирівнювання по ширині. Об’єм 50-70 слів.

#### **Перелік матеріалів, які направляються в редакцію:**

1. Стаття ,надрукована на білому папері з використанням лазерного принтера (600 dpi) у двох екземплярах і підписана усіма авторами. Об’єм статті - до 10 друкованих сторінок.
2. **Стаття в електронному вигляді.**
3. Експертний висновок про можливість опублікування.
4. **Додаток з відомостями про авторів** (службова або домашня адреса, контактні телефони, адреса електронної поштової скриньки, місце роботи, вчений ступінь та звання).
5. На виконання вимог п.7 постанови ВАК України від 10.02.99 №1-02/3 статті здобувачів за темою дисертації публікуються у журналі виключно за рекомендацією Вченої ради наукової установи, організації чи вищого навчального закладу, де працює або навчається здобувач.