

УДК 621.86.065

Чаюн И.М., д.т.н.

Одесский национальный политехнический университет

ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОДЪЕМНОГО КАНАТА С УЧЕТОМ МЕЖЭЛЕМЕНТНОГО ТРЕНИЯ

Анотація. Пропонуються моделі врахування тертя між дротами в канаті при різних схемах навантаження: розтягання вільно підвішеним вантажем, коли канат отримує деформації розтягання і кручення; розтягання в напрямних; розтягання з навиванням на барабан. Розрахункові схеми базуються на відомих геометричних рівняннях будівельної механіки каната.

Ключові слова: канат, тертя, жорсткість перерізу, деформація, напруження.

Аннотация. Предлагается модели учета трения между проволоками в канате при разных схемах нагружения: растяжение свободно подвешенным грузом, когда канат получает деформации растяжения и кручения; растяжение в направляющих; растяжение с навиванием на барабан. Расчетные схемы базируются на известных геометрических уравнениях строительной механики каната.

Ключевые слов: канат, трение, жесткость сечения, деформация, напряжение.

Annotation. Das Modell ist vorgeschlagen, das die Reibung zwischen den Seildrähten bei verschiedenen Ladenschemas berücksichtigt: die Ausdehnung mit frei hängenden Last, wenn das Seil die Deformation der Ausdehnung und der Drehung erhält; die Ausdehnung im Gleitbahn; die Ausdehnung zusammen mit der Wicklung auf die Trommel. Die Berechnungsschemas basieren sich auf die bekannten geometrischen Gleichungen der Strukturmechanik des Seils.

Stichwörter: Seil, Reibung, Schnittsteifigkeit, Deformation, Spannung.

Постановка проблемы. Для канатов характерно внешнее и внутреннее деформированные состояния. Внешнее деформированное состояние подъемного каната в общем случае определяется 4-мя деформациями: продольной ε , крутильной θ и двумя изгибными ζ и χ . Пятая поперечная деформация на прямолинейном участке для канатов одинарной свивки и двойной свивки с металлическим сердечником связана в основном с эффектом Пуассона и учитывается в

© Чаюн И.М.

продольной деформации. Для канатов с неметаллическим сердечником также зависит от его податливости [1,2] и потому учитывается самостоятельно пятой поперечной деформацией.

Численно деформации каната предопределяются его жесткостными характеристиками, внешней нагрузкой, а также зависят от силовой и геометрической симметрии сечения [2]. Указанные аргументы влияния на жесткостные характеристики канатов и внутреннее деформированное состояние его прямого участка достаточно полно учтены в работах [1, 2].

Неучтенным остается трение между проволоками в канатах одинарной свивки (сюда следует отнести также, например, каротажные кабели, провода ЛЕП) и между проволоками и прядями в канатах двойной свивки.

Цель статьи. Учет межэлементного трения, что существенно повысит точность в определении деформаций и напряжений в канатах. Расчетная схема учета трения должна начинаться с геометрических уравнений деформаций проволок и в таком же неизменном виде продолжится в жесткостных характеристиках канатов. Расчетная схема решения этой задачи базируется на геометрических уравнениях [1], где трение не учитывается.

Изложение основного материала.

Модель учета трения в удельных деформациях проволок при свободном растяжении прямого каната.

Во всех моделях учета трения между элементами каната используем классическую схему теории трения скольжения [3] (рис. 1) и концепцию согласно [4,5], а также понятие независимости деформаций аналогичное принципу суперпозиции относительно действия сил [6].

В состоянии покоя (рис. 1) и равномерного движения $N = Q$; $F = F_c$, где N – нормальная реакция на действие прижимающей силы Q ; F – сила трения; F_c – сила сдвига. С ростом силы F_c увеличивается сила трения покоя F . Рост силы F заканчивается с наступлением

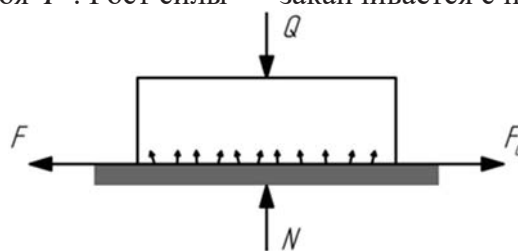


Рисунок 1 – Силевая схема трения

состояния трения движения: $F \leq F_{тр}$. В состоянии движения сила F остается постоянной. Именно эту силу, пропорциональную

коэффициенту трения f и нормальной реакции N , называют силой трения $F = f \cdot N$.

Проведем аналогию. В данной задаче N и Q силы контактного давления между слоями проволок, которые порождаются силой P растяжения каната (рис. 2). Сила сдвига F_c , от которой растет сила трения покоя до наступления состояния трения движения, связана с деформацией кручения каната.

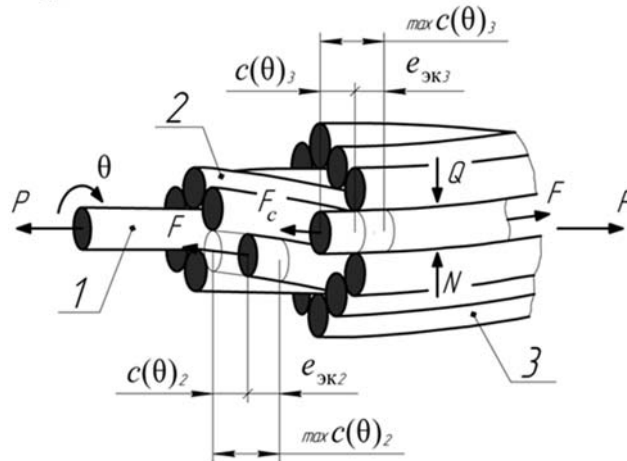


Рисунок 2 – Модель деформирования проволок в канате при свободном растяжении с учетом межэлементного трения: 1 – сердечник; 2, 3 – слои повива

В соответствии с принципом суперпозиции деформации и внутренние силы не зависят от последовательности прикладывания внешних сил. Обобщим этот принцип относительно деформаций каната (их одновременность представим последовательным возникновением). Применим такой принцип для деформации ε растяжения каната, которая является алгебраической суммой трех составляющих

$$\varepsilon = \varepsilon(e) \pm \varepsilon(\theta) \pm \varepsilon(\omega), \quad (3)$$

где $\varepsilon(e)$ – составляющая, образованная исключительно продольной деформацией e растяжения проволоки;

$\varepsilon(\theta)$ – составляющая от деформации кручения θ каната: («+» в случае раскручивания; «-» при закручивании);

$\varepsilon(\omega)$ – составляющая от поперечной деформации ω каната: («+» при сужении, «-» при расширении).

Деформация растяжения проволок e в канате одинарной свивки согласно [1], где учет трения не предусмотрен, определяется выражением

$$e = \varepsilon \cos^2 \alpha + \theta r \sin \alpha \cos \alpha + \omega \sin^2 \alpha. \quad (4)$$

Без учета трения составляющая

$$\theta r \sin \alpha \cos \alpha, \quad (5)$$

обусловленная деформацией кручения θ , и составляющая

$$\omega \sin^2 \alpha, \quad (6)$$

обусловленная поперечной деформацией ω , не являются продольной деформацией проволок слоя, а представляют свободные перемещения. Причем, для проволок слоя, который раскручивается, составляющая (5) будет отрицательным перемещением по отношению к первой составляющей в (4)

$$\varepsilon \cos^2 \alpha, \quad (7)$$

т.е. составляющая (5) вычитается из составляющей (7).

Что касается составляющей (6), то при сужении эта составляющая вычитается из составляющей (7), а при расширении – наоборот.

Для проволок слоя, который закручивается, составляющая (5) будет положительной, т.е. складывается с (7).

С целью удобства дальнейшего изложения материала выражение (4) представим так:

$$e = \varepsilon K_{\varepsilon\varepsilon} + \theta K_{\varepsilon\theta} + \omega K_{\varepsilon\omega}. \quad (8)$$

Если слагаемое $\omega \sin^2 \alpha$ связано только с эффектом Пуассона, выражение (8) можно представить из двух слагаемых

$$e = \varepsilon K_{\varepsilon\varepsilon} + \theta K_{\varepsilon\theta}. \quad (9)$$

Без учета трения составляющая

$$\theta K_{\varepsilon\theta} = \theta \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha (r + \mu_0 \operatorname{tg} \alpha) \quad (10)$$

будет полностью только перемещением и его максимальное значение (рис.2)

$$\max c(\theta) = \left| \theta \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha (r + \mu_0 \operatorname{tg} \alpha) \right|.$$

При этом $K_{\varepsilon\theta}$, если не учитывать трения представляет удельное свободное перемещение, но не деформацию.

Для наружного 3-го слоя, который раскручивается, перемещение

$$\max c(\theta)_3 = \left| \theta \cos^2 \alpha_3 \operatorname{tg} \alpha_3 (r_3 + \mu_0 \operatorname{tg} \alpha_3) \right|$$

визуально представляется выдвиганием (без деформирования) всех проволок этого слоя из поперечного сечения каната (рис.2).

Для проволок слоя, который закручивается (2-ой слой на рис.2), наоборот – это можно представить обратным направлением перемещения

$$\max c(\theta)_2 = \left| \theta \cos^2 \alpha_2 \operatorname{tg} \alpha_2 (r_2 + \mu_0 \operatorname{tg} \alpha_2) \right|,$$

т.е. задвиганием в сечение (на рис.2 отмеченная механика показана для одной проволоки, но это относится к проволокам всего слоя).

Реально наличие трения создает сопротивление таким свободным перемещениям. Проволоки получают составляющую продольной деформации равную $e(\theta)$ до наступления трения движения в соответствии с условием $F_c \geq F$, где F_c – сила сдвига, связанная с деформацией кручения каната; F – сила трения между слоями проволок, которая создается силой N прижатия слоев, связанной с нагрузкой P растяжения каната (рис. 2).

С учетом трения $K_{e\theta}$ имеет другой смысл, а именно, представляет не перемещение, а *удельную деформацию растяжения проволоки, связанную с деформацией кручения θ каната*, и определяемую выражением

$$K_{e\theta} = v_{e\theta} \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha (r + \mu_\theta \operatorname{tg} \alpha), \quad (11)$$

где $v_{e\theta}$ – коэффициент, учитывающий трение;

μ_θ – коэффициент, учитывающий эффект Пуассона [1].

Таким образом, в интервале трения покоя (при $F_c \leq F$) составляющая $\theta K_{e\theta}$ в выражении (9) при $K_{e\theta}$ в виде (11) для проволок слоя, который раскручивается, будет деформацией сжатия, а для проволок слоя, который закручивается будет деформацией растяжения. В интервале трения движения (при $F_c \geq F$) проволоки слоев обоих видов перестают наращивать деформацию $e(\theta)$ от кручения, а получают вместо деформации относительное смещение $c(\theta)$, которое определяется разностью (рис. 2).

$$c(\theta) = |\max c(\theta) - \theta K_{e\theta}|, \quad (12)$$

где $K_{e\theta}$ – согласно (11).

На основе (9) эта механика обеспечивается коэффициентом:

$$v_{e\theta} = \left| \frac{\varepsilon \cos^2 \alpha (1 - \mu_\varepsilon \operatorname{tg}^2 \alpha) - e_{\varepsilon k}}{\theta \cos^2 \alpha (r - \mu_\theta \operatorname{tg} \alpha) \operatorname{tg} \alpha} \right|, \quad (13)$$

где $e_{\varepsilon k}$ – продольная деформация проволоки, определяемая экспериментально.

При отсутствии, т.е. при не учете трения покоя, $v_{e\theta} = 1$.

В создании модели учета трения на деформацию t кручения проволок используем выражение t работы [1], где учет трения не предусмотрен

$$t = \theta \cos^4 \alpha - (\varepsilon_r - \varepsilon) r^{-1} \sin^3 \alpha \cos \alpha. \quad (14)$$

Для удобства дальнейшего изложения материала это выражение представим так:

$$t = \varepsilon K_{t\varepsilon} + \theta K_{t\theta} + \omega K_{t\omega}. \quad (15)$$

Удельная деформация $K_{t\theta}$ кручения проволоки с учетом трения, связанного с деформациями кручения θ и сужения ω каната

$$K_{t\theta} = v_{t\theta} \cos^4 \alpha (1 + \mu_\theta r^{-1} t g^3 \alpha), \quad (16)$$

где $v_{t\theta}$ – коэффициент учитывающий влияние трения на деформацию кручения t проволоки, связанную с деформацией кручения θ каната.

Коэффициента $v_{t\theta}$ в (16) получается на основе зависимостей осевых моментов инерции относительно параллельных осей [6]. При этом $v_{t\theta}$ входит в выражение полярного момента инерции сечения проволоки, расположенной на расстоянии радиуса свивки слоя, от центра тяжести сечения каната

$$J_{0r} = \frac{\pi \delta^4}{32} (1 + 8 K_{t\theta} (r/\delta)^2), \quad (17)$$

где r и δ – радиус свивки и диаметр проволоки;

При отсутствии, т.е. не учете трения покоя, $v_{t\theta} = 0$.

Модель учета трения в удельных деформациях проволок при чистом растяжении каната. При этом канат получает продольную ε и поперечную ω деформации. **Удельная деформация** $K_{e\varepsilon}$, учитывающая трение, предлагается в таком виде

$$K_{e\varepsilon} = \cos^2 \alpha (1 - v_{e\omega} \mu_\varepsilon t g^2 \alpha). \quad (18)$$

Выражение $v_{e\omega} \mu_\varepsilon \sin^2 \alpha$ имеет роль удельной поперечной деформации по радиусу слоя проволок, где $v_{e\omega}$ – коэффициент, который учитывает влияние трения на продольную деформацию проволоки, в связи с поперечной ω деформацией каната; μ_ε – коэффициент поперечной деформации [2].

Руководствуясь принципом суперпозиции составляющие в (8) можно представить отдельно. При не учете трения составляющая $\omega K_{e\omega}$ в выражении (5) не является продольной деформацией $e(\omega)$, а будет полностью относительным перемещением вне зависимости от направления свивки слоя (рис.3)

$$\max c(\omega) = \mu_\varepsilon \sin^2 \alpha. \quad (19)$$

Реальное наличие трения создает сопротивление такому перемещению. Проволока получает продольную деформацию $e(\omega)$ нарастающую до состояния трения движения в соответствии с условием $F_c \geq F$. При этом относительное перемещение равно разности

$$c(\omega) = \max c(\omega) - e(\omega). \quad (20)$$

На рис.3 в каждом слое такие перемещения показаны для одной проволоки хотя это относится ко всем проволокам слоя.

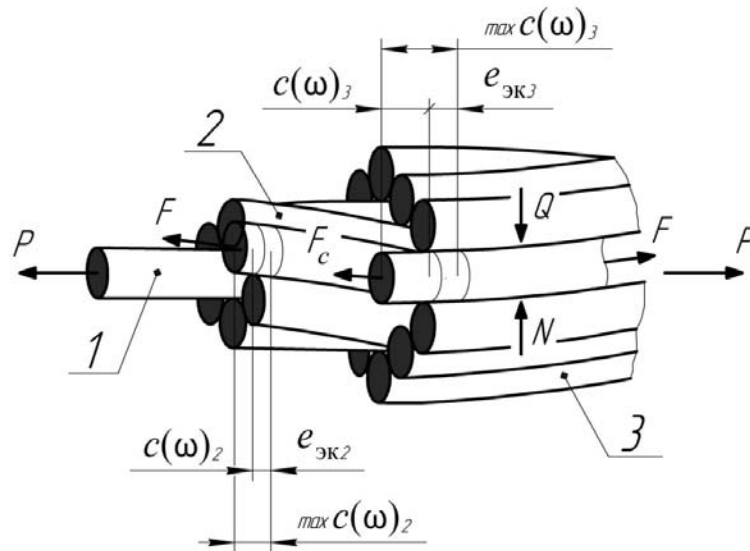


Рисунок 3 – Модель деформирования проволок в канате при чистом растяжении с учетом межэлементного трения: 1– сердечник; 2,3 – слои повива

Отмеченная механика обеспечивается коэффициентом пропорциональности (рис.3)

$$v_{e\omega} = \frac{c(\omega)}{\max c(\omega)}, \quad (21)$$

который на основе (21) с учетом (8) и выражений $K_{e\epsilon}$; $K_{e\omega}$ получает вид

$$v_{e\omega} = 1 - \frac{e_{ek}(\omega)}{\mu_{\epsilon} \sin^2 \alpha}, \quad (22)$$

где $e_{\epsilon k}(\omega)$ – экспериментальное значение продольной деформации проволоки при чистом растяжении каната, обусловленное трением при поперечной деформации ω каната.

Отметим, что для спиральных канатов весомость влияния на напряженно-деформированное состояние коэффициента $v_{e\omega}$ в (18) так же незначительная, как и влияние сужения элементов от эффекта Пуассона. Для витых изделий с неметаллическим сердечником, например каротажных кабелей, отмеченное влияние значительно весомее и его следует учитывать.

Модель учета трения на продольную деформацию проволок $e(\chi)$ от изгиба каната в зоне его навивки на барабан строим на основе выражения [1]

$$e(\chi) = \chi r \cos^2 \alpha \cos \varphi, \quad (23)$$

где $\chi = \frac{1}{R}$ – кривизна при плоском изгибе в зоне навивки на барабан с радиусом R ;

φ – угловая координата проволоки в слое.

Выражение (23) основано на гипотезе плоских сечений и предположении, что нейтральная линия (ось поворота сечения) совпадает с главной центральной осью сечения каната. Заметим, что формула (23) формально предполагает трение покоя между проволоками. Из этого вытекает, что изгибная жесткость сечения каната должна равняться изгибной жесткости сечения сплошного стержня с формой сечения каната.

Напряжения в проволоках каната одинарной свивки от его плоского изгиба предлагается вычислять по формуле [1]

$$\sigma = E \frac{\delta}{2R} \cos 2\alpha \cos^2 \alpha \cos \varphi. \quad (24)$$

Напряжение и деформация имеют единственную связь

$$\sigma = E e(\chi). \quad (25)$$

Отсюда видно, что формулы (23) и (24) не согласуются. Исходя из (23) и (25) напряжение должно иметь вид

$$\sigma = E \frac{1}{R} \left(r \cos \varphi + \frac{\delta}{2} \right). \quad (26)$$

Еще одно противоречие в [1] в определении изгибной жесткости канатов, в том числе, одинарной свивки в натянутом состоянии. Предлагается изгибную жесткость определять по формуле [1]

$$G_{из} = g \sum EJ, \quad (27)$$

где g – коэффициент увеличения изгибной жесткости сечения каната по сравнению с суммой изгибных жесткостей всех его проволок.

В данной работе предпринимается попытка устранить указанные противоречия. Путь к устранению состоит в том, что расчетные схемы деформаций проволок, жесткостей сечений каната и напряжений должны иметь общую основу, т.е. определяться по единой расчетной схеме. Формулы жесткостей сечения каната и напряжений в его проволоках должны вытекать из зависимостей деформаций проволок.

В работе [2] в выражение (23) введен коэффициент $\nu_{e\chi}$, учитывающий влияние межэлементного трения на продольную деформацию проволок от изгиба каната. Возможный интервал значений коэффициента: $0 \leq \nu_{e\chi} \leq 1$. Значение $\nu_{e\chi} = 0$ соответствует состоянию отсутствия трения. При этом проволоки от изгиба каната деформацию растяжения $e(\chi)$ не получают, а имеют только свободное

перемещение. Значение $v_{ex} = 1$ соответствует сплошному стержню с канатной формой сечения и выражение (23) всецело будет представлять продольную деформацию проволоки от изгиба каната. Действительное значение указанной деформации проволоки получается при действительном значении коэффициента v_{ex} :

$$e(\chi) = v_{ex} \chi r \cos^2 \alpha \cos \varphi. \quad (28)$$

Удельная продольная деформация проволоки, связанная с деформацией изгиба каната

$$K_{ex} = v_{ex} r \cos^2 \alpha \cos \varphi. \quad (29)$$

Коэффициент v_{ex} предполагается определять экспериментально на основе формулы

$$v_{ex} = \frac{D(1 + \frac{d}{D})e_{эк}(\chi)}{2r \cos^2 \alpha \cos \varphi}, \quad (30)$$

где D и d – диаметр барабана и каната;

$e_{эк}(\chi)$ – экспериментально определенная продольная деформация проволоки от изгиба каната, которую можно получать электротензометрированием по методике изложенной в [7,8].

На основе обработки экспериментальных данных работы [8] по методике, изложенной в [9], получены значения коэффициента v_{ex} , приведенные табл.1, где T_1 и T_2 – соответственно усилия натяжения на прямолинейном участке на расстоянии более одного шага от сечения соприкосновения каната с блоком и усилие в другом сечении на расстоянии 1/4 шага от сечения соприкосновения каната с блоком.

Из табл. 1 видно, что в исследуемом интервале натяжений каната и кривизны его изгиба на блоке зависимость $v_{ex} = f(\sigma_{cp}, D)$ можно считать линейной. Если такой же характер зависимости распространить до предельного натяжения, соответствующего несущей способности каната при $D/d = 10 - 50$, то значение коэффициента v_{ex} выходит на уровень 0,1 – 0,12.

Таблица 1–Результаты экспериментов [8] и их обработки

Диаметр каната d , мм и отношение D/d	Усилия в проволоке [8], Н		Концевое усилие P по (13), Н	Среднее напряжение σ_{cp} , МПа	Коэффициент v_{ex}
	T_1	T_2			
$d = 6$ $D/d = 25$	309	550,6	5778,4	269	0,0366
	231,6	431	4330,4	201,6	0,0302
	152,5	291,4	2852,5	132,8	0,0210
$d = 6$ $D/d = 44$	318,5	507,3	5956	277,3	0,0495
	246,5	387,4	4610	214,6	0,0369
	166,5	285,8	3711,6	172,8	0,0313

	79,1	160,8	1479,4	68,9	0,0214
--	------	-------	--------	------	--------

Достоверность таких значений $v_{e\chi}$ подтверждается в работе [2] приемлемым совпадением теоретических и экспериментальных данных несущей способности канатов при растяжении на вращающемся барабане.

При малых кривизнах изгиба, которые получают пряди в канатах двойной свивки при их свободном растяжении, коэффициенты $v_{e\chi}$ при соответствующих натяжениях значительно больше. Так, при натяжениях соответствующих несущей способности канатов двойной свивки в условиях свободного растяжения, как показано в работе [2], следует принимать $v_{e\chi} = 0,6 - 0,85$.

Вся совокупность удельных деформаций проволок в пряди или в канате одинарной свивки на основе [1] и с учетом предлагаемых моделей влияния трения имеют вид:

$$K_{e\varepsilon} = \cos^2 \alpha (1 - v_{e\omega} \mu_\varepsilon \operatorname{tg}^2 \alpha); \quad (31)$$

$$K_{e\theta} = v_{e\theta} \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha (r + \mu_\theta \operatorname{tg} \alpha); \quad (32)$$

$$K_{e\omega} = v_{e\omega} \sin^2 \alpha; \quad (33)$$

$$K_{e\chi} = v_{e\chi} r \cos^2 \alpha \cos \varphi; \quad (34)$$

$$K_{e\zeta} = v_{e\zeta} r \cos^2 \alpha \sin \varphi; \quad (35)$$

$$K_{t\varepsilon} = (1 - v_{t\varepsilon} \mu_\varepsilon) r^{-1} \cos \alpha \sin^2 \alpha; \quad (36)$$

$$K_{t\theta} = v_{t\theta} \cos^4 \alpha (1 + \mu_\theta \operatorname{tg}^3 \alpha / r); \quad (37)$$

$$K_{t\omega} = v_{t\omega} r^{-1} \cos \alpha \sin^3 \alpha; \quad (38)$$

$$K_{t\chi} = -v_{t\chi} \cos^2 \alpha \sin 2\alpha \cos \varphi; \quad (39)$$

$$K_{t\zeta} = v_{t\zeta} \cos^2 \alpha \sin 2\alpha \sin \varphi; \quad (40)$$

$$K_{b\varepsilon} = -(1 + v_{b\varepsilon} \mu_\varepsilon) r^{-1} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha; \quad (41)$$

$$K_{b\theta} = v_{b\theta} \sin 2\alpha (1 + \cos^2 \alpha); \quad (42)$$

$$K_{b\omega} = v_{b\omega} r^{-1} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha; \quad (43)$$

$$K_{b\chi} = v_{b\chi} \cos^2 \alpha \cos 2\alpha \cos \varphi; \quad (44)$$

$$K_{b\zeta} = -v_{b\zeta} \cos^2 \alpha \cos 2\alpha \sin \varphi; \quad (45)$$

$$K_{n\chi} = -v_{n\chi} \cos^3 \alpha (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha) \sin \varphi; \quad (46)$$

$$K_{n\zeta} = v_{n\zeta} \cos^3 \alpha (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha) \cos \varphi, \quad (47)$$

где $v_{e\omega}, v_{e\theta}, v_{e\chi}, \dots, v_{n\zeta}$ — коэффициенты влияния межэлементного трения на деформации проволок в канате.

Наиболее весомое влияние на деформации проволок и жесткостные характеристики канатов дают коэффициенты

$V_{e\varepsilon}; V_{e\theta}; V_{e\omega}; V_{e\chi}; V_{e\theta}$, методика определения которых рассмотрена выше. Влияние остальных коэффициентов трения на порядок меньше.

Жесткости сечения каната с учетом межэлементного трения определяются на основании теоремы [2, 6]:

«Вторая частная производная от удельной потенциальной энергии деформирования каната по любой деформации равна соответствующей жесткости его сечения». Вся совокупность 16-ти жесткостей каната определяется матричной формулой [2]:

$$|G| = \sum_{i=1}^s \Lambda_i |K|_i \begin{vmatrix} \Phi_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_u \end{vmatrix} |K|_s^T, \quad (48)$$

где s – количество проволок каната;

$\Lambda_i = \sec \alpha \cdot \sec \beta$; (α и β – углы свивки проволок и прядей);

$|K|_i$ – матрица удельных деформаций (31)...(47) i -ой проволоки;

$\Phi_p = EA$, $\Phi_t = 2GI$ и $\Phi_u = EI$ – продольная, крутильная и изгибная жесткости сечения проволок.

Влияние межэлементного трения на внешнее деформированное состояние каната осуществляется через его жесткости (48). При этом деформации каната [2,10]:

$$|DK| = |\varepsilon \theta \chi \zeta| = |G|^{-1} |F|, \quad (49)$$

где $|F|$ – вектор внутренних усилий в канате, зависящий от схемы его нагружения.

Внутреннее деформированное состояние каната. После вычисления деформаций каната деформации проволок определяются формулой

$$|D\Pi| = |DK| |K|, \quad (50)$$

где $|D\Pi|$ – матрица деформаций проволок;

Это блочная матрица $1 \times s$. Каждый ее компонент представляет матрицу с деформациями i -ой проволоки

$$|D\Pi_i| = |etbn|, \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (51)$$

где e, t и b, n – деформации растяжения, кручения и изгиба проволоки.

Проверка модели влияния трения на жесткостные характеристики и деформации каната.

1. Главные жесткости канатов $G_{11}, G_{22}, G_{33}, G_{44}$ при граничных значениях коэффициентов $V_{e\theta} \dots V_{e\chi}$ соответствуют жесткостям

стержней с «канатной формой» сечения при винтовой анизотропии свойств материала, а при нулевых углах свивки изотропным стержням с указанной формой сечения. Жесткости влияния при этом получаются равными нулю.

2. Канаты с коэффициентом неуравновешенности $\psi \leq 0,2 \div 0,3$ при учете трения имеют теоретическую и опытную деформацию кручения θ при свободном растяжении близкую к нулю [2]:

$$\psi = \frac{G_{12}}{G_{12m}}; \quad \theta = -\frac{P G_{12}}{G_{11}G_{22} - G_{12}^2}, \quad (52)$$

где жесткости $G_{12}; G_{11}; G_{22}$ вычислялись с учетом трения.

Пример. Канат $d = 7,9$ мм конструкции $1/1,3-6/1,2-(6/1+6/1,3)+18/1,1$ ($\alpha_1 = 0; \alpha_2 = 8,40^0; \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 16^0$; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $G = 0,4E$).

При расчете по схеме отсутствия трения:

$G_{12} = 1334$ кНмм; $G_{11} = 6305$ кН; $G_{22} = 4475$ кНмм²; коэффициент неуравновешенности $\psi = 0,29$;

деформация кручения $\theta = -1,42$ рад/м при нагрузке соответствующей запасу прочности $kz = 2$ по разрывному усилию $P_{a2} = 0,83P_c$ (предел прочности проволоки $\sigma_s = 1800$ МПа).

Расчет с учетом реально существующего трения.

При $v_{e\theta} \div v_{b\theta}$ в интервале $0,9/0,47 \div 0,9/0,50$ и при $v_{t\theta} = 0,1/0,2$ (в числителе значения для внутренних слоев, а в знаменателе для наружного слоя проволоки) $G_{22} = 4817 \div 4904$ кНмм²; G_{12} от $-47,7$ до $+39,4$ кНм. Деформация кручения θ от $+0,045$ рад/м до $-0,0361$ рад/м.

Уменьшение θ в $30 \div 45$ раз, т. е. кручение отсутствует. Нулевое кручение показывает и эксперимент, что свидетельствует о существенном повышении точности предлагаемой расчетной схемы учета трения.

Замечание. В работе [11] указывается на недостаточную надежность для практических расчетов жесткостных характеристик канатов по причине не учета трения в теории [1]. Эту же причину указано и по отношению работы [12]. Возможно, полученное выше повышение точности в определении жесткостных характеристик за счет учета трения достаточно для их надежного использования в практических расчетах канатов.

Результаты численных исследований деформированного состояния канатов различных конструкций с учетом трения представлены в табл. 2, где указаны также опытные значения деформаций ε и θ .

Таблица 2 Деформированное состояние канатов с учётом трения

№	P, кН (кз)	$V_{e\theta}$ — $V_{b\theta}$	$V_{i\theta}$	G_{22} , кНмм ²	G_{12} , кНмм	$\theta \times 10^3$, град./м		Расхо- ж- дение $\Delta\theta$, %	$\varepsilon \times 10^3$		Расх ож- дени е $\Delta\varepsilon$
						опыт	расч.		опыт	расч.	
d = 5,5мм; конструкция: 1/1,9+6/1,8; P _c = 32,58 кН; G ₁₁ =3366 кН											
1	1,0 (27)	—	—	—	—	25	22*	12	0,47	0,40*	0,15
2		1	0	1057	1095		26,6	6,4		0,448	0,047
3		0,99	0,01	1082	1084		25,17	0,68		0,438	0,068
4		0,995	0,005	1070	1089		25,86	3,44		0,451	0,04
d = 4,3мм; конструкция: 1/1,5+6/1,4; P _c = 19,806 кН; G ₁₁ =2046 кН											
5	6,0 (2,7)	—	—	—	—	315	280*	11	4,6	3,9*	0,15
6		1	0	391	519		335	6,35		4,41	0,04
7		0,96	0,00 5	382,9	488,9		320	1,6		4,29	0,06
8		0,95	0,00 75	382,5	493,8		314	0,3		4,25	0,07
9		0,94	0,01	382,2	488,7		309	1,9		4,21	0,08
d = 7,14мм; конструкция: 1/15,+6/1,41+12.1.41; P _c = 53,77 кН; G ₁₁ =5388 кН											
10	6,0 (7,4)	—	—	—	—	180	172*	4,4	2,82	2,58*	0,085
11		1	0	2547	2931		196	8,9		2,98	0,056
12		0,99 0,98	0,01 0,00 5	2533	2878		184	2,2		2,83	0,003
13		0,98 0,97	0,01 0,00 75	2527	2852		179	0,5		2,76	0,021
14		0,98 0,99	0,02 0,01	2629	2897		173	3,9		2,73	0,031

Примечание:

1. Опытные значения θ и ε , а также расчётные с индексом* (первые строчки по каждому канату), взяты из работы М. Ф. Глушко [1]. Далее помещены расчётные значения по методике [1]. Среди них строчки 2, 6, 11 соответствуют состоянию отсутствия трения, остальные показывают влияние сопротивления от трения между слоями проволок на жесткостные характеристики и деформации канатов.

2. Расчеты выполнены при следующих данных: модуль упругости проволок $E=2 \cdot 10^5$ МПа; кратность свивки 10.

3. В колонке нагрузки сила P в кН символ (кз) означает запас прочности (кз = 0,83 P_c/F_c при $\sigma_b = 1800$ МПа).

4. Для каната $d=7,14$ мм в колонках $V_{e\theta}, V_{b\theta}, V_{t\theta}$ в строчках 12, 13, 14 верхние значения для внутреннего слоя, а нижние для наружного.

5. Ориентиром для численных значений коэффициентов $V_{e\theta}, V_{b\theta}, V_{t\theta}$ приняты следующие соображения. Во-первых, экспериментальные значения подобных коэффициентов, учитывающих трение между проволоками в зоне навивки каната на барабан согласно работе [8], во-вторых, уровень растягивающей нагрузки, показателем которой является запас прочности k_z .

Выводы. На основании анализа табл.2 считаем возможным отметить следующие:

– приемлемость предлагаемой теории учета межэлементного трения подтверждается численными исследованиями жесткостных характеристик канатов при максимально возможных значениях коэффициентов $V_{e\theta} \div V_{t\theta}$, при которых канат превращается в стержень с формой сечения каната;

– учет трения повышает точность расчетной схемы канатов по части определения их жесткостных характеристик, а значит и внешнего деформированного состояния;

– расхождение при учете трения расчетных значений деформаций кручения θ и растяжения ε с опытными данными в 5...10 раз меньше по сравнению с расчетом без учета трения;

– необходимо расширить экспериментальные исследования по непосредственному численному определению коэффициентов $V_{e\theta} \div V_{t\theta}$, учитывающих трение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глушко М.Ф. Стальные подъемные канаты. — К.: Техніка.— 1966. —325 с.
2. Чаюн, И.М. Несущая способность подъемных канатов и лент /И.М. Чаюн. — Одесса: Астропринт, 2003. — 233 с.
3. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин / Г.Г. Баранов — М.: Машгиз. — 1958, — 488 с.
4. Чаюн М.И. Концепция учета трения между элементами канату /М.И. Чаюн, И.М. Чаюн // Стальные канаты. Вып.6. — Одесса: Астропринт, 2008. — С. 24 — 37.
5. Чаюн И.М. Роль трения в деформированно-напряженном состоянии канатов / И.М. Чаюн // Стальные канаты. Вып.6. — Одесса: Астропринт, 2008. — С. 37 — 48.
6. Чаюн И.М. Сопротивление материалов / И.М. Чаюн. — Одесса: Астропринт. — 2013. — 374 с.
- 7 Никитин И.Ф. Распределение напряжений в канате при пробегании его по блоку // Стальные канаты. - Вып. 3.— К.: Техніка. — 1966. — 326 с.

8. Никитин И. Ф. Дополнительные усилия при переходе каната из прямого в изогнутый // Стальные канаты. — Вып. 4. — К.: Техніка, 1967— С. 81— 85.

9. Чаюн, И.М. Экспериментальная проверка модели формирования изгибной жесткости каната / И.М. Чаюн // Стальные канаты. Вып.3. — Одесса: Астропринт, 2003. — С. 56 — 63.

10. Чаюн И.М. Связь изгибной жесткости подъемного кабель-каната с его деформированно-напряженным состоянием / И.М. Чаюн, А.В. Непомнящий, М.И.Чаюн // Підйомно-транспортна техніка. — 2016.— №2. — С. 42 — 55.

11. Бережинский В.И. Канаты шахтных подъемных установок /В.И. Бережинский, А.Н. Шатило. — М.: Университетская книга, 2015. — 232 с.

12. Pichot G. Cables d'extraction. Revue de l'Industri Minerale: doc.S.I.M. // K1. 1959. № spes.