

УДК 621.86.065:539.38

Чаюн И. М., д.т.н.

Одесский национальный политехнический университет

ДЕФОРМИРОВАННО-НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОДЪЕМНОЙ ЛЕНТЫ

Анотація. Досліджено деформований і напружений стан підйомної стрічки. Встановлено, що на відстані 40–50 мм від перетину набігання стрічки на барабан кривизна і пов'язане з нею напруження практично дорівнюють нулю. Отримані вирази граничних параметрів підйомної установки і стрічки за критерієм граничного пружного стану стрічки: діаметра барабана; довжини вертикального схилу; несучої здатності стрічки.

Ключові слова: деформовано-напружений стан, кривизна, граничний пружний стан

Аннотация. Исследовано деформированное и напряженное состояние подъемной ленты. Установлено, что на расстоянии 40–50 мм от сечения набегания ленты на барабан кривизна и связанное с ней напряжение практически равны нулю. Получены выражения предельных параметров подъемной установки и ленты по критерию предельного упругого состояния ленты: диаметра барабана; длины вертикального отвеса; несущей способности ленты.

Ключевые слова: деформированно-напряженное состояние, кривизна, предельное упругое состояние.

Anmerkung. Der verformte und beanspruchte Zustand des Hebegurts wurde untersucht. Es wird festgestellt, dass in einem Abstand von 40–50 mm von dem Bandabschnitt, der auf die Trommel auftrifft, die Krümmung und die damit verbundene Spannung praktisch gleich Null sind. Ausdrücke der Begrenzungsparameter der Hebeanlage und des Bandes werden gemäß dem Kriterium des begrenzenden elastischen Zustands des Bandes erhalten: der Durchmesser der Trommel; Länge des senkrechten Lotes; die Tragfähigkeit des Bandes.

Schlüsselwörter: deformierter Spannungszustand, Krümmung, begrenzender elastischer Zustand.

Постановка проблемы. Ленты имеют одинаковые назначение со стальными канатами: являются тяговыми органами грузоподъемных машин. Расчетная схема подъемных канатов на прочность [1] является весьма не точной. Основывается на выборе каната по прочностной характеристике, представляющей агрегатное разрывное усилие P_{az} при растяжении. Согласно [1] $P_{az} = 0,83 P_c$, где P_c – суммарное разрывное

усилие проволок каната. В определении P_{az} не учитывается внешне деформированное состояние каната и, связанное с ним, внутреннее деформированно-напряженное состояние проволок. Эти и другие упрощения расчетной схемы объективно обусловлены отсутствием надежной теории описывающей напряженное состояние проволок при статическом и циклическом нагружении подъемных канатов. При этом прочностная надежность обеспечивается большими значениями нормативных $[n]$ запасов прочности. Согласно [1] запас доходит до $[n]=9$ и более. Аналогично определение P_{az} и $[n]$ по нормам [2] DIN Deutsches Institut für Normung e.V.

Ленточные тяговые органы имеют ряд существенных преимуществ и недостатков перед подъемными канатами. Главным преимуществом считаем доступность создания точной прочностной расчетной схемы, что обеспечивает общеизвестные практические выгоды. В работе [3] представлена методика назначения основных параметров лент для подъемных установок. Методика является весьма громоздкой и главное непосредственно не связана с деформированно-напряженным состоянием подъемной ленты.

Цель статьи. Исследование деформированно-напряженного состояния подъемной ленты и разработка ее предельных упругих параметров и самой подъемной установки, удобных для расчета ленты на статическую прочность.

Изложение основного материала.

Внутренние усилия в сечениях ленты. Гибкая лента в процессе подъема испытывает растяжение, вызываемое действием силы тяжести концевого груза и ее собственным весом, в сочетании с изгибом, обусловленным навиванием ленты на барабан (рис. 1).

От указанного нагружения в сечениях ленты возникают внутренние силы сопротивления материала, которые приводятся к трем внутренним силовым факторам ($BC\Phi$), определяемым на основе статических уравнений равновесия (рис. 1,б):

$$\text{поперечная сила} \quad Q_y(x) = T \sin \psi; \quad (1)$$

$$\text{изгибающий момент} \quad M(x) = T(f - y); \quad (2)$$

$$\text{продольная сила} \quad N(x) = T \cdot \cos \psi, \quad (3)$$

где $T = P + q(l - x)$; P – сила тяжести концевого груза;

q – вес единицы длины ленты; l – длина ленты;

x – координата текущего сечения ленты; ψ – угол между нормалью n к сечению ленты и вертикальной осью x (рис. 1);

y – по терминологии теории изгиба – прогиб сечения ленты;

f – максимальное значение прогиба, т.е. для концевое сечения ленты.

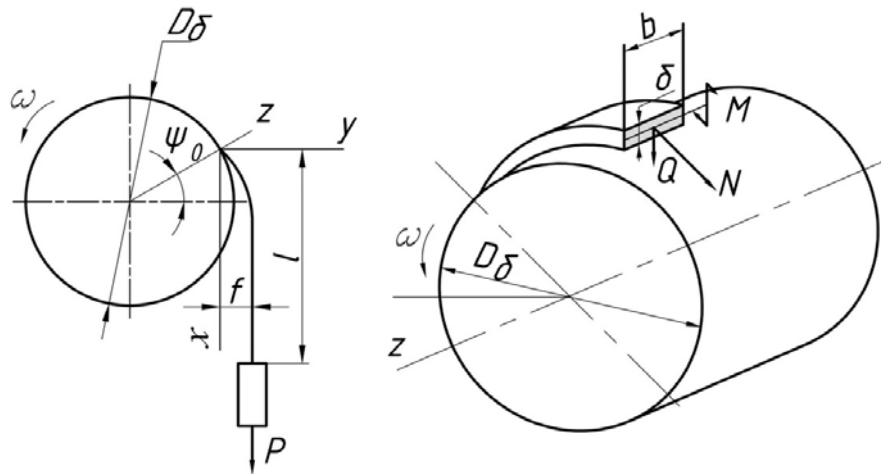


Рисунок1 – Схема нагружения ленты

Внешнее деформированное состояние ленты. Получается на основе равенства внешних и внутренних сил в ее деформированном состоянии. Внешняя сила в виде (2). Внутреннюю силу (изгибающий момент в сечении ленты $M(x)$) выражаем на основе приближенного дифференциального уравнения, исходя из упругих деформаций при не учете влияния поперечной силы Q (1) на кривизну изогнутой оси

$$M(x) = G \cdot \chi = G \cdot y'', \quad (4)$$

где G – изгибная жесткость сечения ленты; χ – кривизна оси ленты.

На основе (2) и (4)

$$G y'' = -T(f - y).$$

После преобразования получается неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка

$$y'' - k^2 y = -k^2 f, \quad (5)$$

$$\text{где } k = (T/G)^{0.5}. \quad (6)$$

Параметр f в (5) определяется на основе (2) в точке контакта ленты с барабаном, т.е. при $x = 0$

$$M = T \cdot f = G \frac{1}{R}.$$

$$\text{Откуда } f = G/TR. \quad (7)$$

На основе дифференциального уравнения (5) получаются уравнения прогибов $y(x)$, кривизны $\chi(x)$ и углов поворота $\psi(x)$ сечений ленты:

$$y(x) = f(1 - e^{-kx}); \quad \chi(x) = -\frac{1}{R}e^{-kx}; \quad \psi(x) = (G/PR^2)^{0.5}e^{-kx}. \quad (8)$$

При $x = 0$, т.е. для сечения в начале контакта ленты с барабаном, кривизна

$$\chi_0 = \frac{1}{R} = \frac{1}{R_0 + 0,5\delta}, \quad (9)$$

где R_0 – радиус барабана; δ – толщина ленты.

Угол поворота сечения в начале участка контакта ленты с барабаном

$$\psi_0 = (G/PR^2)^{0.5}. \quad (10)$$

Изгибная жесткость ленты

$$G = b \int_{-0,5\delta}^{0,5\delta} Ey^2 dy, \quad (11)$$

где E – модуль продольной упругости материала; b и δ – ширина и толщина ленты.

В упругой стадии деформирования

$$G = EJ = E \frac{b\delta^3}{12}, \quad (12)$$

где J – осевой момент инерции сечения ленты.

Внутреннее деформировано-напряженное состояние ленты.

Подъемная лента испытывает растяжение от действия силы тяжести P концевого груза и собственного веса, а также изгиба в связи с навивкой на барабан. Для удобства использования результатов в обобщенном виде выражения деформаций и напряжений в сечении ленты представим в относительной безразмерной форме

$$\bar{\sigma} = \sigma/\sigma_T; \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon/\varepsilon_T, \quad (13)$$

где σ_T и ε_T – напряжение предела текучести и соответствующая деформация.

Напряжения в сечении набегания ленты на барабан:

$$\text{максимальные от изгиба} \quad \sigma_u = \chi_0 \frac{\delta}{2} E = \frac{E \cdot \delta}{D_0 + \delta} = \frac{E}{e + 1}; \quad (14)$$

$$\text{от растяжения ленты} \quad \sigma_p = \frac{N(x)}{b \cdot \delta} = \frac{(P + q(l - x)) \cdot \cos \psi_0}{b \cdot \delta}, \quad (15)$$

где $e = D_0 / \delta$ – отношение диаметра барабана к толщине ленты.

В табл.1 представлены зависимости угла ψ_0 поворота сечения ленты при $x = 0$ (рис.1) от диаметра барабана, натяжения и размеров поперечного сечения ленты. Как видно из табл.1 в реальном диапазоне указанных параметров угол ψ_0 не превышает $1^\circ - 2^\circ$. Это дает

основание поперечную силу Q_y в расчетах на прочность не учитывать, а продольную силу (3) считать постоянной $N = T$.

В табл.2 приведены результаты расчета параметров деформирования ленты (кривизны и угла поворота ее сечений) в зависимости от координаты x (рис.1), а также значения напряжений от растяжения (15), от изгиба (14) и суммарные. Кривизна и напряжения представлены в относительном измерении:

$$\bar{\chi}(x) = \frac{\chi(x)}{R} = e^{-kx}; \quad \bar{\sigma}_p = \frac{\sigma_p}{\sigma_T}; \quad \bar{\sigma}_u = \frac{\sigma_u}{\sigma_T}.$$

Таблица 1– Зависимость угла ψ_0 от диаметра D_0 барабана, натяжения T и момента инерции J сечения ленты

| | | | | | | |
|--------------------------------------|-------|-------|---------|-------|-------|---------|
| $D_0, м$ при $T = 500кН$ | 0,8 | 1,2 | 1,6 | 2,4 | 3,0 | 4,0 |
| $\psi_0, град$ | 1,915 | 1,277 | 0,959 | 0,639 | 0,512 | 0,384 |
| $T, кН$ при $D = 2м$ | 1000 | 900 | 800 | 700 | 500 | 50 |
| $\psi_0, град$ | 1,353 | 1,427 | 1,513 | 1,618 | 1,914 | 6,05 |
| $b \times \delta, мм: D=2м; T=500кН$ | 100×1 | 200×1 | 200×1,5 | 200×2 | 200×3 | 240×3,5 |
| $J, мм^4$ | 8,33 | 16,6 | 56,25 | 133,3 | 450 | 540 |
| $\psi_0, град$ | 0,106 | 0,148 | 0,271 | 0,418 | 0,767 | 1,506 |

Таблица 2– Деформации и напряжения сечениях ленты

| $P = 5 \cdot 10^5 Н; D_0 = 2000 мм$ | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|
| $x, мм$ | 0 | 3 | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| $\bar{\chi}$ | 1 | 0,799 | 0,688 | 0,474 | 0,225 | 0,107 | 0,051 | 0,024 | 0,114 |
| ψ° | 0,767 | 0,614 | 0,529 | 0,364 | 0,173 | 0,082 | 0,039 | 0,018 | 0,009 |
| $\bar{\sigma}_p$ | 0,592 | " | " | " | " | " | " | " | " |
| $\bar{\sigma}_u$ | 0,214 | 0,171 | 0,147 | 0,101 | 0,048 | 0,023 | 0,011 | 0,005 | 0,002 |
| $\bar{\sigma}$ | 0,809 | 0,763 | 0,743 | 0,697 | 0,6434 | 0,6181 | 0,606 | 0,600 | 0,598 |
| $P = 5 \cdot 10^5 Н; D_0 = 1000 мм$ | | | | | | | | | |
| $\bar{\chi}$ | 1 | 0,799 | 0,688 | 0,474 | 0,225 | 0,107 | 0,051 | 0,024 | 0,114 |
| ψ° | 1,535 | 1,220 | 1,055 | 0,727 | 0,345 | 0,164 | 0,078 | 0,037 | 0,017 |
| $\bar{\sigma}_p$ | 0,592 | " | " | " | " | " | " | " | " |
| $\bar{\sigma}_u$ | 0,427 | 0,342 | 0,294 | 0,203 | 0,096 | 0,046 | 0,022 | 0,010 | 0,049 |
| $\bar{\sigma}$ | 1,022 | 0,936 | 0,889 | 0,798 | 0,691 | 0,641 | 0,620 | 0,605 | 0,600 |

На рис.2 показана зависимость относительных значений $\bar{\chi}(x)$ кривизны ленты и напряжений в зоне навивки на барабан. Как видно

из рис.2 и табл.2 в сечении контакта ленты с барабаном (при $x = 0$) напряжение от изгиба в зависимости от диаметра барабана составляет до 40% напряжения от растяжения. Уровень напряжений от изгиба уменьшается и при $x \geq 40 - 45$ мм стремится к нулевым значениям.

Предельные упругие параметры подъемной ленты. Соответствуют напряжению равному пределу текучести σ_T материала ленты (в относительном измерении напряжению $\bar{\sigma} = 1$).

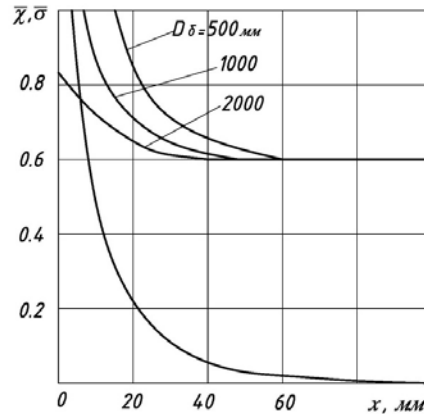


Рисунок 2 – Зависимость в относительном виде кривизны ленты напряжений в зоне навивки на барабан

Предельный диаметр барабана. Как видно из рис.2 для сечений с координатой $x \leq 10$ при барабане $D_\delta = 500$ мм и для сечений с координатами $x \leq 2$ мм при $D_\delta = 1000$ мм относительное напряжение $\bar{\sigma} = 1,022$ (в абсолютном измерении это превышение предела текучести $\sigma_T = 1400$ МПа). Вообще в указанных интервалах координат сечения вычисление напряжений по формулам (14), (15) является неправомерным. При более высоких прочностных параметрах ленты (при $\sigma_T > 1400$ МПа) в сечениях с координатой $x=0$ напряжение составило бы: при $D_\delta = 500$ мм $\sigma = 1,45 \cdot 1400 = 2030$ МПа, а при $D_\delta = 1000$ мм $\sigma = 1,022 \cdot 1400 = 1428$ МПа.

Получим выражение диаметра барабана D_δ , соответствующее предельному упругому состоянию ленты. На основе (15) и (16) с учетом (9) диаметр барабана предельного упругого состояния ленты имеет вид

$$D_\delta^{np} = \frac{\delta(E - (\sigma_T - (P + ql) / (b\delta)))}{\sigma_T - (P + ql) / (b\delta)}. \tag{17}$$

Например, $D_\delta^{np} = 1458$ мм при следующих параметрах нагрузки и стальной ленты: $P = 500$ кН; $\delta = 3$ мм; $b = 200$ мм; $l = 2000$ м;

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2; \gamma = 78 \cdot 10^{-6} \text{ Н/мм}^3.$$

Предельная длина ленты упругого состояния. Выражение полу чается аналогично предыдущему на основе (15), (16) и (9)

$$l_{yn}^{np} = \frac{b \cdot \delta (\sigma_T - P / (b \cdot \delta) - \delta \cdot E / (D_\delta + \delta))}{q}. \quad (18)$$

При указанных выше параметрах и диаметре барабана $D_\delta = 2000 \text{ мм}$ предельная упругая длина ленты $l_{yn}^{np} = 3425 \text{ м}$.

Предельное усилие растяжения ленты при упругом деформировании. Естественно деформация от изгиба ленты в зоне набегания на барабан существенно уменьшает этот параметр по сравнению с ее прочностной возможностью при чистом растяжении. Этот параметр опре деляется выражением

$$P_{yn}^{np} = (\sigma_T - \sigma_u) b \cdot \delta, \quad (19)$$

где σ_u – напряжение (14) от изгиба.

Параметр P_{yn}^{np} удобно использовать в относительном измерении $\bar{P}_{yn}^{np} = P_{yn}^{np} / \sigma_T b \delta$. На основе (19) с учетом (14)

$$\bar{P}_{yn}^{np} = \frac{P_{yn}^{np}}{\sigma_T b \delta} = 1 - \frac{E}{\sigma_T (e + 1)}. \quad (20)$$

На рис.3 показана зависимость $P_{yn}^{np} = f(e, \sigma_T)$. Из рис.3 видно, что при проектировании подъемных установок с ленточном тяговым органом следует по возможности исходить из параметра $e < 1500$, при кото ром уменьшение (потеря) несущей способности ленты не превышает 5–20%.

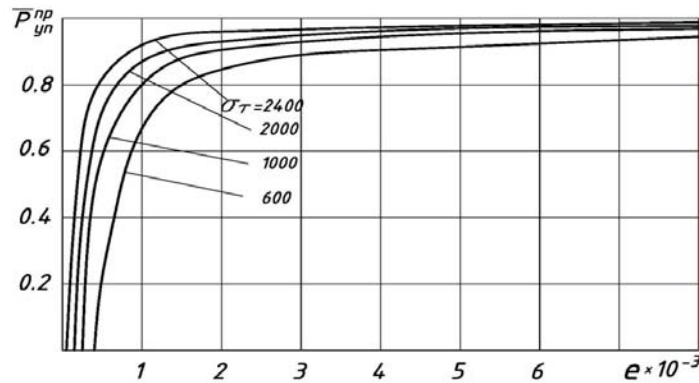


Рисунок 3 – Зависимость предельного усилия растяжения ленты в упругой стадии деформирования от параметра $e = D_\delta / \delta$

Меньшее значение относится к лентам с высокими прочностны ми характеристиками (условным пределом текучести). При указани х выше характеристиках ленты и подъемной установки параметр $e = D_\delta / \delta = 2000 / 3 = 667$ и $P_{yn}^{np} = 0,786$. Абсолютное значение:

$$P_{yp}^{np} = \bar{P}_y^n \cdot \sigma_T \cdot b \cdot \delta = 0,786 \cdot 1400 \cdot 200 \cdot 3 = 660,36 \text{ H} = 660,36 \text{ кН}.$$

Уменьшение несущей способности ленты

$$\Delta P_y^n = (1 - P_y^n) \sigma_T \cdot b \cdot \delta = (1 - 0,786) \cdot 1400 \cdot 200 \cdot 3 = 179,64 \text{ кН}.$$

Это составляет 21% по отношению к несущей способности при растяжении ленты без изгиба.

Величину ΔP_{yn}^{np} можно уменьшить, если одну ленту толщиной $\delta = 3 \text{ мм}$ заменить пакетом, например из 3-х лент толщиной $\delta_1 = 1 \text{ мм}$. В этом случае параметр $e = D_\phi / \delta = 2000 / 1 = 2000$; $\bar{P}_{yp}^{np} = 0,857$;

$\Delta P_{yp}^{np} = (1 - 0,857) 1400 \cdot 200 \cdot 13 = 119,9 \text{ кН}$. Уменьшение несущей способности составляет всего 14% по сравнению с 21% при одной ленте.

Выводы. Главная особенность деформированно-напряженного состояния подъемной ленты состоит в том, что кривизна изгиба и связанное с ней напряжение экспоненциально уменьшается от максимального значения в сечении набегания на барабан при $x=0$. На расстоянии 40–50 мм от указанного сечения кривизна и напряжение практически равны нулю. Остается напряжение только от растяжения. Наибольший угол поворота сечений при $x=0$ составляет $1-2^\circ$, что дает основание его не учитывать при вычислении внутренних силовых факторов.

Получены выражения предельных упругих параметров подъемной установки и ленты: диаметра барабана по критерию предельного упругого состояния ленты при заданных значениях конечного груза, длине ленты и погонной нагрузки; предельной длины вертикального отвеса ленты по тому же критерию; несущей способности ленты по предельному упругому сечению.

Исследована зависимость несущей способности от параметра $e = D_\phi / \delta$ отношения диаметра барабана к толщине ленты, которая также представлена графически. Установлено, что уменьшение (потерю) несущей способности ленты можно значительно снизить за счет повышения её предела текучести (предела упругости) и путем замены ленты эквивалентным по толщине пакетом из более тонких лент.

ЛИТЕРАТУРА

1. Правила устройства и безопасной эксплуатации грузоподъемных кранов. – Х.: Форт, 2007. – 256 с.
2. Drahtseile: Normen. – Berlin-Koln: Beuth, 1990. – 360 s.
3. Борохович А.И., Бариев Н.В., Дьяченко С.Н. Грузоподъемные установки с ленточным тяговым органом. – М.: Машиностроение, 1980. – 191 с.