

УДК 621.873 (07)

Човнюк Ю. В., к.т.н.^{1,2}, Діктерук М. Г., к.т.н.²,
Остапущенко О.П., к.т.н.²¹ Національний університет біоресурсів і природокористування
України, м. Київ² Київський національний університет будівництва і архітектури

АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ У МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЯХ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ КРАНІВ ПРИ ПІДЙОМІ ВАНТАЖУ З ЗЕМЛІ

Анотація. Запропонований універсальний метод аналізу динамічних навантажень у металоконструкціях вантажопідйомних кранів для процесів підйому вантажу з землі. Розраховані аналітичним шляхом динамічні навантаження, котрі при функціонуванні кранів у перехідних режимах виникають саме у вказаних металоконструкціях у вигляді коливань, які в них генеруються, крім статичних та інерційних навантажень, що призводить до додаткових напружень. Динамічні навантаження у металоконструкціях крана при підйомі вантажу з землі моделюються зростаючими у часі зусиллями згідно з прямолінійним законом протягом певного інтервалу часу, а потім стають сталими (певної постійної величини). Обчислені значення динамічного коефіцієнта та встановлені його залежності від основних параметрів крана.

Ключові слова: аналіз, навантаження, металоконструкція, вантажопідйомний кран, підйом, вантаж.

Аннотация. Предложен универсальный метод анализа динамических нагрузок в металлоконструкциях грузоподъемных кранов для процессов подъема груза с земли. Рассчитаны аналитически динамические нагрузки, которые при функционировании крана в переходных режимах возникают именно в указанных металлоконструкциях в виде колебаний, которые в них генерируются, кроме статических и инерционных нагрузок, что приводит к дополнительным напряжениям. Динамические нагрузки в металлоконструкциях крана при подъеме груза с земли моделируются возрастающими во времени усилиями в соответствии с прямолинейным законом в течение некоторого интервала времени, а потом становятся постоянными (некоторой постоянной величины). Вычислены значения динамического коэффициента и установлены его зависимости от основных параметров крана.

Ключевые слова: анализ, динамика, нагрузка, металлоконструкция, грузоподъемный кран, подъем, груз.

© Човнюк Ю. В., Діктерук М. Г., Остапущенко О.П.,

Abstract. *A universal method for the analysis of dynamic loads in the metal structures of lifting cranes for processes of lifting cargo from the ground is proposed. Analytic dynamic loads are calculated analytically, which, when the crane functions in transient modes, arise precisely in these metal structures in the form of oscillations that are generated in them, in addition to static and inertial loads, which lead to additional stresses. Dynamic loads in the crane metal structures, when lifting cargo from the ground, are modeled by time-escalating efforts in accordance with the rectilinear law for some time interval and then become constant (of some constant value). The values of the dynamic coefficient are calculated and its dependencies on the main crane parameters are established.*

Key words: *analysis, dynamics, load, metalconstruction, load-lifting crane, lifting, cargo.*

Постановка проблеми.

В процесі роботи вантажопідйомного крана у перехідних режимах (пуск, гальмування, реверсування) металокопункція знаходиться під впливом коливань, які у ній виникають, окрім статичних й інерційних напружень з'являються додаткові, котрі змінюються за гармонічним законом.

Слід також зазначити, що при роботі вантажопідйомних кранів спостерігаються і коливання вантажу, закріпленого на канаті. Все це викликає нерівномірний рух як самих кранів, так і їх вантажних візків (наприклад, у мостових кранів), виникають додаткові навантаження на силові елементи кранових механізмів, створюються різноманітні незручності при їх експлуатації, що необхідно враховувати при уточнених розрахунках як самих кранів, їх металокопункцій, так і (мехатронних) систем управління ними.

Існуючі методи аналізу вимушених коливань вантажу на канатах, металокопункцій кранів за класичною схемою математичного аналізу та найпростішою схемою двомасової системи для різних законів зміни у часі (t) вимушеної сили ($F(t)$) вимагають, на думку авторів даного дослідження, подальшого уточнення та вдосконалення з метою оптимізації енергосилових та кінематичних характеристик руху як самих систем управління кранів при їх пуску/гальмуванні чи реверсуванні, так і пошуку нових економічно обґрунтованих методів керування ними, котрі, зокрема, суттєво знижують напруження у металокопункціях вантажопідйомних механізмів.

Аналіз публікацій по темі дослідження. Розрахунок вимушених коливань вантажу на канаті зазвичай проводять за найпростішою схемою двомасової системи [1–7]. При цьому не враховують дисипативні процеси (поглинання енергії), які неминуче

відбуваються при цьому, а також зміни у часі $F(t)$ - вимушеної сили.

Для обґрунтування методу розрахунку вимушених коливань кранових систем та їх елементів (металоконструкцій) у період їх пуску застосований підхід авторів [8]. Результати робіт [1,8] використані у даному дослідженні.

Мета даної роботи полягає у обґрунтуванні методу розрахунку вимушених коливань металоконструкцій вантажопідійомних кранів у період їх пуску, а також методу управління виникаючими коливаннями (вантаж на канаті), за якого вказані коливання (у т.ч. металоконструкцій крану) мінімальні. При цьому враховані особливості зміни у часі (t) силового фактору $(F(t))$ та існує можливість створення економічно виправданої системи управління крановою системою у режимі її пуску.

Виклад основного змісту дослідження.

Відомо [1], що рівняння руху мас у перехідний період роботи вантажопідійомного механізму крана для схеми двомасової пружної системи при її поступальному русі (рис.1) може бути зведене до рівняння:

$$\ddot{x} + \omega^2 \cdot x = \frac{m_2 \cdot P + m_1 \cdot Q}{m_1 \cdot m_2}, \quad \omega = \sqrt{\frac{c \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}, \quad (1)$$

де $x = x_1 - x_2$ - різниця переміщень мас, C - жорсткість каната, P - рушійна сила, Q - сила опору, $m_{1,2}$ - маси вантажопідійомного механізму та вантажу відповідно.

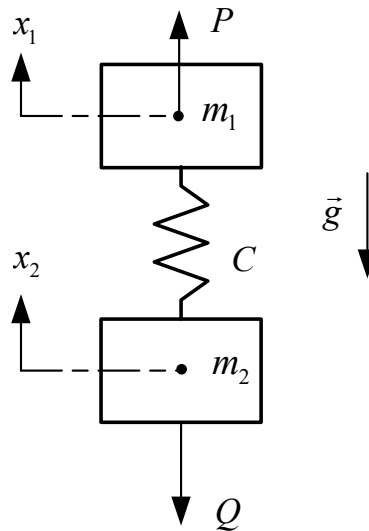


Рисунок 1 – Схема двомасової пружної системи при поступальному русі (\vec{g} - вектор прискорення вільного падіння)

1. Метод аналізу вимушених коливань кранової системи.

Рівняння руху (1) може бути проінтегроване у загальному вигляді за довільної правої частини – вимушеної сили

$$\frac{F(t)}{m} = \frac{m_2 \cdot P(t) + m_1 \cdot Q}{m_1 \cdot m_2} \quad (Q = \text{const}) \quad [8].$$

Для цього його перепишемо у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\dot{x} + i\omega x) - i\omega(\dot{x} + i\omega x) = \frac{1}{m} \cdot F(t); \\ i^2 = -1, m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, F(t) = \frac{m_2 P(t) + m_1 Q}{m_1 + m_2}, \end{cases} \quad (2)$$

або

$$\frac{d\xi}{dt} - i\omega\xi = \frac{1}{m} \cdot F(t), \xi = \dot{x} + i\omega x. \quad (3)$$

(Крапка над символом означає диференціювання цієї величини по часу t).

Рівняння (3) вже не другого, а першого порядку. Без правої частини його розв'язок був би $\xi(t) = A \cdot \exp(i\omega t)$ з постійною A . Користуючись загальним правилом, шукаємо розв'язок неоднорідного рівняння у вигляді $\xi(t) = A(t) \cdot \exp(i\omega t)$ і для функції $A(t)$ отримаємо рівняння:

$$\dot{A}(t) = \frac{1}{m} \cdot F(t) \cdot \exp(-i\omega t). \quad (4)$$

Інтегруючи його, матимемо розв'язок рівняння (3) у вигляді:

$$\xi(t) = \exp(i\omega t) \left\{ \int_0^t \frac{1}{m} \cdot F(\tilde{t}) \cdot \exp(-i\omega\tilde{t}) d\tilde{t} + \xi_0 \right\}, \quad (5)$$

де постійна інтегрування ξ_0 обрана таким чином, щоб представляти собою значення ξ у момент $t = 0$. Це і є шуканий загальний розв'язок; функція $x(t)$ подається наступним виразом:

$$x(t) = \frac{\text{Im}(\xi(t))}{i\omega}, \quad (6)$$

а функція $\dot{x}(t)$:

$$\dot{x}(t) = \text{Re}(\xi(t)) \quad . \quad (7)$$

2. Визначення вимушених коливань кранової системи під впливом сили $F(t)$ за початкових умов $t=0$, при яких система знаходиться у положенні рівноваги.

Визначимо закон руху $x(t)$ кранової системи при початкових умовах $x|_{t=0} = \dot{x}|_{t=0} = 0$. При цьому вважаємо $P = \text{const}$, а $Q(t)$ визначається для ситуації, коли сили опору $Q(t)$ зростають за певний час за лінійним законом, а потім залишаються постійними. Такі випадки мають місце, наприклад, при підйомі вантажу з землі.

Графік зростання навантажень показаний на рис. 2.

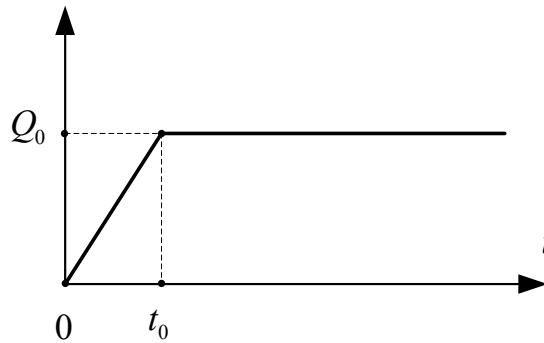


Рисунок 2 – Графік зміни $Q(t)$ при підйомі вантажу з землі

Залежність $Q(t)$ має наступний вигляд:

$$Q(t) = \begin{cases} Q_0 \cdot \frac{t}{t_0}, & t \in [0, t_0); \\ Q_0 = \text{const}, & t \in [t_0, \infty) \end{cases} \quad (8)$$

Використовуючи метод припасування, можна отримати наступний результат:

$$\begin{cases} x(t) = \frac{F_0}{m\omega^2} + \sqrt{c_1^2 + c_2^2} \sin\{\varphi + \omega t - \omega t_0\}; \varphi = \text{arctg}\left(\frac{c_1}{c_2}\right); \\ c_1 = \frac{F_0}{mt_0\omega^3} \sin(\omega t_0); c_2 = \frac{F_0}{mt_0\omega^3} (1 - \cos[\omega t_0]); \\ F_0 = \frac{(m_1 Q_0 + m_2 P)}{(m_1 + m_2)}. \end{cases} \quad (9)$$

Динамічні навантаження $P_{\text{дин}}(t)$ у канаті після розв'язку диференціального рівняння (3) з підстановкою значень $Q(t)$ за (8) можна подати таким виразом:

$$P_{\text{дин}}(t) = F_0 + F_0 \frac{\sin\left(\frac{\omega t_0}{2}\right)}{\left(\frac{\omega t_0}{2}\right)} \sin(\omega t + \varphi - \omega t_0). \quad (10)$$

Нехай $T = \frac{2\pi}{\omega}$ - період власних коливань системи, $\lambda = \frac{t_0}{T}$ - параметр навантаження системи [1], а F_0 - постійна складова сил пружного типу у канаті, тоді (10) можна подати наступним чином:

$$P_{\text{дин}}(t) = F_0 + F_0 \frac{\sin(\pi\lambda)}{(\pi\lambda)} \sin(\omega t + \varphi - \omega t_0). \quad (11)$$

Амплітуда динамічних складових зусиль у пружних зв'язках (канатах) залежить від швидкості зростання у часі зовнішніх навантажень, а точніше, від співвідношення тривалості зростання навантажень на проміжку часу $t \in [0, t_0]$ до періоду власних коливань системи T . Фазовий кут ψ дорівнює:

$$\psi = \varphi - \omega t_0. \quad (12)$$

Значення амплітуди динамічних зусиль у канаті можна визначити за допомогою коефіцієнта динамічності (k_d) за формулою:

$$k_{d\text{max}} = 1 + \frac{\sin(\pi\lambda)}{\pi\lambda} = 1 + \frac{\sin\left(\frac{\pi t_0}{T}\right)}{\left(\frac{\pi t_0}{T}\right)}. \quad (13)$$

Слід зазначити, що значення $k_{d\text{max}}$ (13) коефіцієнт динамічності (k_d) набирає у моменти часу (t^*):

$$\omega t^* + \varphi - \omega t_0 = \frac{\pi}{2} + 2n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

З (14) маємо для t^* :

$$t^* = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2n\pi + \omega t_0 - \varphi\right)}{\omega} = \left(\frac{\pi}{2} + 2n\pi + \omega t_0 - \operatorname{arctg}\left[\operatorname{ctg}(\pi\lambda)\right]\right) \quad (15)$$

Графік динамічного коефіцієнта $k_{\text{д.макс}}$ у вигляді функції параметра навантаження λ поданий на рис. 3.

При $\left(\frac{t_0}{T}\right) \approx \frac{1}{2}$ залежність (13) набуває вигляду:

$$k_{\text{д.макс}} \approx 1 + \frac{T}{(\pi t_0)}. \quad (16)$$

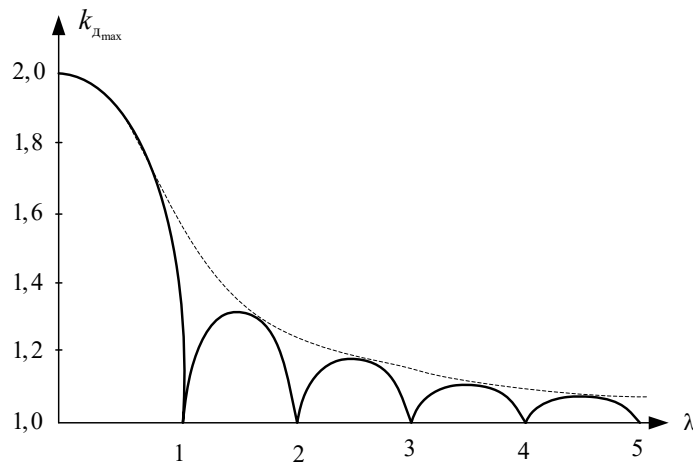


Рисунок 3 – Динамічний коефіцієнт $k_{\text{д.макс}}$ як функція параметру навантаження λ

Графік залежності (16) поданий на рис. 3 пунктиром.

Чим більший час зростання зовнішнього навантаження ($P = \text{const}$), тим менше амплітуда динамічних зусиль у зв'язках (канатах). При $\lambda \geq 5$ динамічні навантаження у пружних зв'язках не перевищують 1,8% від статичних і ними можна знехтувати.

При миттєвому зростанні навантаження (підйом вантажу з землі) $t_0 \rightarrow 0, k_\vartheta \rightarrow 2$. Умова, за якої коливання у цьому випадку (для $P_{\text{дин}}(t)$ за (10)) відсутні при $t > t_0$, має вигляд:

$$\omega \cdot t_0 = 2\pi n, n = 1, 2, 3, \dots \quad (17)$$

Нижче, у таблиці 1 наведені значення t_0, c для різних значень

ω, c^{-1} та n .

Наближено можна визначити час зростання навантаження у механізмі підйому:

$$t_0 = \frac{y_{ct} + \lambda_{ct}}{v_0}, \quad (18)$$

де y_{ct} - статичний прогин мосту крана, λ_{ct} - статичне подовження канатів поліспасти; v_0 - швидкість відриву вантажу від землі.

Таблиця 1 – Значення t_0, c для різних значень ω, c^{-1} та n .

n	ω, c^{-1}												
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0
1	12,6	10,5	9,0	7,9	7,0	6,3	4,2	3,1	2,5	2,1	1,8	1,6	1,3
2	27,1	21,0	18,0	15,7	14,0	12,6	8,4	6,3	5,0	4,2	3,6	3,1	2,5
3	37,7	31,4	27,0	23,6	21,0	18,9	12,6	9,4	7,5	6,3	5,4	4,7	3,8
4	50,3	41,9	36,0	31,4	28,0	21,9	16,8	12,6	10,0	8,4	7,2	6,3	5,0
5	62,9	52,4	45,0	39,3	34,9	31,4	21,0	15,7	12,6	10,5	9,0	7,9	6,3

Період коливань конструкції моста крану (період власних коливань системи T) можна визначити з умови:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_k + m_b}{c_m}}. \quad (19)$$

Динамічні параметри спрощеної розрахункової схеми “міст – вантаж”: m_k – приведена маса крана (конструкції мосту і візка); m_b – маса вантажу, що піднімається, c_m – жорсткість конструкції мосту крана.

Приведена маса крану:

$$m_k = 0,5m_m + \tilde{m}_b + m_n, \quad (20)$$

де m_m – маса металоконструкції мосту; \tilde{m}_b – маса кранового візка; m_n – маса механізму пересування крану. Жорсткість конструкції мосту:

$$C_m = \frac{Q}{y_{ct}}, \quad (21)$$

де y_{ct} - статичний прогин мосту

$$y_{ct} = \frac{Q \cdot L^3}{2 \cdot 48 \cdot E \cdot I}, \quad (22)$$

де: L – прольот мосту; E - модуль пружності матеріалу моста; I – момент інерції перерізу їздової балки мосту відносно горизонтальної осі.

Якщо тривалість зростання навантаження $t_0 > 0,5T$ (як це має місце у практичній ситуації при експлуатації кранів), формулу (13) можна записати у вигляді (16). Тоді тривалість зростання навантаження при підйомі вантажу краном з землі може бути знайдена за співвідношенням (18). Статичне подовження канату $\lambda_{ст}$:

$$\lambda_{ст} = \frac{Q \cdot l_k}{z \cdot S_k \cdot E_k}, \tag{23}$$

де l_k - довжина гілки каната; z - кількість гілок канатного поліспада; S_k - площа перерізу проволоч канату; E_k - модуль пружності канату.

Знаючи всі вихідні дані і підставляючи у формулу (16) вираз для періоду коливань (19), остаточно отримуємо динамічний коефіцієнт із врахуванням коливних навантажень при пуску механізму підйому:

$$k_d = 1 + \frac{2v_0}{(y_{ст} + \lambda_{ст})} \cdot \sqrt{\frac{m_k + m_b}{c_m}}. \tag{24}$$

Отже, значення динамічного коефіцієнта за інших однакових умов залежить від швидкості підйому вантажу. Зі збільшенням вантажопідйомності кранів швидкість підйому зменшується, а відповідно, знижується і динамічний коефіцієнт.

При гальмуванні вантажу, що опускається:

$$k_{дин_{max}} = 1 + \frac{v_0}{\sqrt{g \cdot (y_{ст} + \lambda_{ст})}}. \tag{25}$$

Динамічний коефіцієнт при пуске привода, як правило, більше, ніж при гальмуванні.

Період коливань кранових мостів зазвичай складає $T = 0,2...0,3$ с [1]. Нижче, у таблиці 2 наведені значення $k_{дин_{max}}$ (16) для різних значень T й t_0 .

Таблиця 2 – Значення $k_{дин_{max}}$ (16) при різних T , c й t_0, c .

T, c	t_0, c				
	0,11	0,13	0,15	0,20	0,25
0,20	1,58	1,49	1,42	1,32	1,25
0,25	1,72	1,61	1,53	1,40	1,32
0,30	1,87	1,73	1,64	1,48	1,38

3. Оптимізація режимів руху вантажопідйомних кранів при підйомі вантажу з землі, за яких мінімізуються динамічні навантаження у металоконструкціях.

Встановимо режим руху (закон руху) вантажопідйомного механізму крана при підйомі вантажу з землі, за якого реалізується наступний критерій якості руху системи:

$$\int_0^{t_n} [k_{\text{дин}}(t)]^2 dt \Rightarrow \min, \quad (26)$$

де t_n - тривалість перехідного процесу.

Подамо рівняння руху системи у вигляді:

$$\ddot{x} + \omega^2 \cdot x = \frac{P}{m_1} + \frac{Q(t)}{m_2}, \quad (27)$$

де $Q(t)$ заданий у вигляді (8).

Динамічне зусилля $P_{\text{дин}}$ у канаті можна подати згідно [1] у вигляді:

$$P_{\text{дин}}(t) = C \cdot (x_1 - x_2) = C \cdot x(t). \quad (28)$$

Тоді $k_{\text{дин}}(t)$, який пропорціональний $P_{\text{дин}}(t)$, буде задовольняти критерію (26), якщо:

$$\int_0^{t_n} [x(t)]^2 dt \Rightarrow \min. \quad (29)$$

Розв'язок диференціального рівняння Ейлера, як необхідної умови реалізації (29), має вигляд:

$$x(t) = 0. \quad (30)$$

З урахуванням (30) можна наступним чином подати рівняння (диференціального типу) руху вантажопідйомного механізму при підйомі вантажу з землі:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{P}{m_1} + \frac{Q_0 \cdot t}{t_0 m_2}, P = \text{const}, t \in [0, t_0]; \\ \ddot{x} = \frac{P}{m_1} + \frac{Q_0}{m_2}, t \in [t_0, t_n] \end{cases}. \quad (31)$$

Розв'язок рівнянь (31) методом припасовування дає наступні результати:

$$\begin{cases} x(t) = \frac{P}{2m_1} \cdot t^2 + \frac{Q_0}{6m_2 t_0} \cdot t^3, t \in [0, t_0]; \\ x(t) = \frac{2 \cdot Q_0 t_0^2}{3 \cdot m_2} - \frac{Q_0 \cdot t_0}{m_2} \cdot t + \left(\frac{P}{m_1} + \frac{Q_0}{m_2} \right) \cdot \frac{t^2}{2}, t \in [t_0, t_n] \end{cases}. \quad (32)$$

Зрозуміло, що розв'язки (32) отримані за нульових початкових умов ($x|_{t=0} = \dot{x}|_{t=0} = 0$).

Тоді для $k_{\text{дин}}(t)$ маємо наступні вирази:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{дин}(t) = \omega^2 t^2 \left\{ \frac{\frac{m_2 P}{2} + \frac{Q_0 m_1 \cdot t}{6 t_0}}{m_2 P + Q_0 m_1 \cdot \frac{t}{t_0}} \right\}, t \in [0, t_0]; \\ k_{дин}(t) = \left\{ \frac{m_1 Q_0 \left(\frac{2}{3} \omega^2 t^2 - \omega^2 t_0 t + \frac{\omega^2 t_0^2}{2} \right)}{m_1 Q_0 + m_2 P} + \frac{m_2 P \frac{\omega^2 t^2}{2}}{m_1 Q_0 + m_2 P} \right\}, t \in [t_0, t_n]. \end{array} \right. \quad (33)$$

З виразів (33) видно, що режим руху (32) доволі ошадний, оскільки $k_{дин}(t) < 1$ за наступних умов:

$$0 < t_0 < \frac{T}{2\pi}; \frac{T}{2\pi} \leq t_n < \frac{T}{\sqrt{2}\pi}. \quad (34)$$

Або:

$$0 < t_0 < 0,159T; 0,159T \leq t_n < 0,225T. \quad (35)$$

Введемо позначення: $T_{1min} = 0,159T$; $T_{2max} = 0,225T$, тоді (35) можна подати у вигляді:

$$0 < t_0 < T_{1min}; T_{1min} \leq t_n < T_{2max}. \quad (36)$$

В таблиці 3 наведені значення T_{1min} та T_{2max} для типових значень T .

Таблиця 3 – Значення T_{1min}, c , T_{2max}, c в залежності від T, c .

T, c	0,2	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38	0,40	0,42
T_{1min}, c	0,032	0,035	0,038	0,041	0,045	0,048	0,051	0,054	0,057	0,060	0,064	0,067
T_{2max}, c	0,045	0,050	0,054	0,059	0,063	0,068	0,072	0,077	0,081	0,086	0,090	0,095

4. Оптимізація (мінімізація) коефіцієнту динамічності у металокопункціях вантажопідйомних кранів при наявності певних умов гладкості зміни з плином часу $Q(t)$.

Зазвичай при пуску вантажопідйомних механізмів кранів, які піднімають вантаж з землі, реалізують закон $Q(t)$ у вигляді (8). Проте, при цьому виникають небажані коливання вантажу, котрі слід мінімізувати (або ж повністю знищити). Якщо закон $Q(t)$ буде

задовольняти певним умовам гладкості (їх можна легко реалізувати за допомогою слідкуючої мехатронної системи управління (керування) вантажопідйомним механізмом крана), тоді можна суттєво знизити виникаючі коливання, а $k_{\text{дин}}(t)$ мінімізувати згідно з критерієм (26) за певного закону руху системи $x(t)$.

Нехай потрібно встановити $Q(t)$, яке задовольняє наступним умовам (рис.4):

$$Q|_{t=0} = 0; \quad Q|_{t=t_0} = Q_0; \quad \frac{dQ}{dt}|_{t=0} = 0; \quad \frac{dQ}{dt}|_{t=t_0} = 0. \quad (37)$$

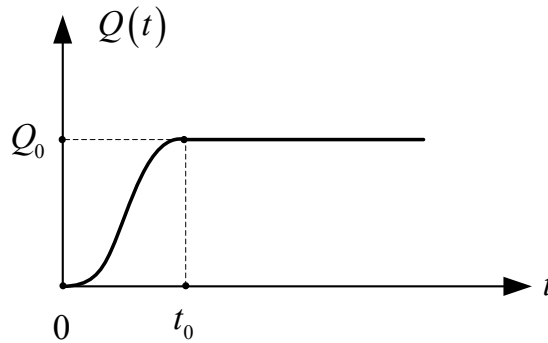


Рисунок 4 – Графік зміни $Q(t)$ для умов (37)

Закон $Q(t)$, який задовольняє умовам (37), розшукуємо серед функцій типу:

$$Q(t) = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + a_3 \cdot t^3. \quad (38)$$

З першої та третьої умов (37) знаходимо: $a_0 = 0$, $a_1 = 0$. Друга і четверта умови (37): $a_2 = 3Q_0 \frac{1}{t_0^2}$; $a_3 = \frac{(-2Q_0)}{t_0^3}$. Отже, шуканий

закон $Q(t)$, що задовольняє умовам гладкості (37), має вигляд:

$$Q(t) = 3Q_0 \cdot \frac{t^2}{t_0^2} - 2Q_0 \cdot \frac{t^3}{t_0^3}. \quad (39)$$

Слід зазначити, що точка перегину $Q(t)$ з (38) лежить всередині інтервалу $0 < t < t_0$ й задовольняє умовам:

$$\frac{d^2Q}{dt^2}|_{t=t^*} = 0 \Rightarrow t^* = \frac{t_0}{2}. \quad (40)$$

Тепер закон руху системи $x(t)$, який задовольняє критерію якості руху (29), слід знаходити з рівняння:

$$\ddot{x} = \frac{P}{m_1} + \frac{3Q_0 \cdot t^2}{m_2 \cdot t_0^2} - \frac{2Q_0 \cdot t^3}{m_2 \cdot t_0^3}, t \in [0, t_n]. \quad (41)$$

Розв'язок (41), з урахуванням нульових початкових умов, дає наступний результат:

$$x(t) = \frac{P}{2m_1} \cdot t^2 + \frac{Q_0}{4m_2 \cdot t_0^2} \cdot t^4 - \frac{Q_0}{10m_2 \cdot t_0^3} \cdot t^5, t \in [0, t_n]. \quad (42)$$

Поточне значення $k_{\text{дин}}(t)$ на інтервалі часу $t \in [0, t_n]$ для закону руху системи (42) має вигляд:

$$k_{\text{дин}}(t) = \frac{C \cdot \left(\frac{Pt^2}{2m_1} + \frac{Q_0 t^4}{4m_2 t_0^2} - \frac{Q_0 t^5}{10m_2 t_0^3} \right)}{m_2 P + m_1 \cdot \left(\frac{3Q_0 t^2}{t_0^2} - 2Q_0 \cdot \frac{t^3}{t_0^3} \right)}. \quad (43)$$

Зокрема, при $t = t_0$ з (43) маємо:

$$k_{\text{дин}}(t_0) = \omega^2 \cdot t_0^2 \cdot \frac{\left(\frac{P}{2} \cdot m_2 + 0,15Q_0 \cdot m_1 \right)}{(m_2 \cdot P + m_1 \cdot Q_0)}. \quad (44)$$

За умови (34) $0 < k_{\text{дин}}(t_0) < 1$, що підтверджує оптимальні властивості руху за законом (42), які мінімізують навантаження на металоконструкції вантажопідйомних кранів, котрі піднімають вантаж з землі.

Висновки

1. Обґрунтована модель, яка адекватно описує динамічні навантаження в металоконструкціях вантажопідйомних кранів, котрі піднімають вантажі з землі.
2. Встановлені закони руху вантажопідйомних механізмів кранів, для яких мінімізуються небажані коливання, що виникають у канатах, котрі утримують вантаж, а також коефіцієнт динамічності протягом усього періоду пуску (t_n).
3. Визначені співвідношення між t_0 (тривалість зростання навантаження на канати), t_n й періодом власних коливань вантажопідйомних кранів (T), при яких коефіцієнт динамічності $k_{\text{дин}}(t)$ приймає мінімальні значення. Величини t_0 (фактично це час відриву вантажу від землі) й t_n можуть бути контрольовані і керовані, як і закон руху вантажопідйомного механізму $x(t)$, за

допомогою спеціальної слідкуючої мехатронної системи управління вантажопідйомного крану.

4. Результати, отримані у даному дослідженні, можуть у подальшому слугувати для уточнення і вдосконалення інженерних методів розрахунку вантажопідйомних механізмів кранів з мехатронними системами управління, котрі працюють у перехідних режимах (пуску, гальмування, реверсування) і підіймають вантаж з землі таким чином, щоб мінімізувати динамічні навантаження на металоконструкції кранів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Иванченко Ф. К. и др. Расчеты грузоподъемных и транспортирующих машин /Ф. К. Иванченко и др. – К.: Вища школа, 1978. – 576 с.
2. Гохберг М. М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин /М. М. Гохберг. – М.: Машиностроение, 1969. – 290 с.
3. Артоболевский И. И. Динамика машинных агрегатов на предельных режимах движения /И. И. Артоболевский, В. С. Лощинин. – М.: Наука, 1977. – 325 с.
4. Грузоподъемные машины / М. П. Александров, Л. Н. Колобов, Н. А. Лобов и др. – М.: Машиностроение, 1986. – 400 с.
5. Грузоподъемные краны / Под ред. М. П. Александрова. – М.: Машиностроение. – Кн. 1. – 1981. – 216 с.; Кн. 2. – 1981. – 287 с.
6. Лобов Н. А. Динамика грузоподъемных кранов /Н. А. Лобов.- М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
7. Казак С. А. Динамика мостовых кранов /С .А.Казак. – М.: Машиностроение, 1968. – 472 с.
8. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. Т. 1. Механика /Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1965. – 204 с.